COLLEGE OLYMPE DE GOUGES

Date.................... Classe..........

Solution du devoir de mathématiques

NOM, Prénom:...

I] On considère un angle aigu de mesure x, en degrés, tel que $\cos x = 0{,}28$

1) On utilise la formule $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

$0{,}28^2 + \sin^2 x = 1$

$0{,}0784 + \sin^2 x = 1$

$0{,}0784 + \sin^2 x - 0{,}0784 = 1 - 0.0784$

$\sin^2 x = 0{,}9216$

d'où $\sin x = \sqrt{0{,}9216}$ car $\sin x > 0$

$\sin x = 0{,}96$

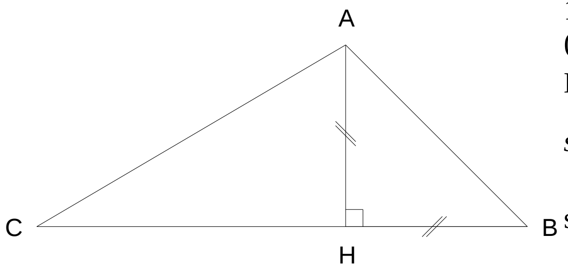
2) $\tan x = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$

$\tan x = \dfrac{0{,}96}{0{,}28}$

$\tan x = \dfrac{96}{28}$

$\tan x = \dfrac{24}{7}$

II]



1) On suppose que AH = BH = 3 cm et AC = 6 cm
(la figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur)

Dans le triangle rectangle ACH,

$\sin \widehat{ACH} = \dfrac{AH}{AC}$

$\sin \widehat{ACH} = \dfrac{3}{6}$

$\sin \widehat{ACH} = \dfrac{1}{2}$

d'où $\widehat{ACH}$ **= 30°**

2) Dans le triangle rectangle ACH,

$\cos \widehat{ACH} = \dfrac{CH}{AC}$

$\cos 30° = \dfrac{CH}{6}$

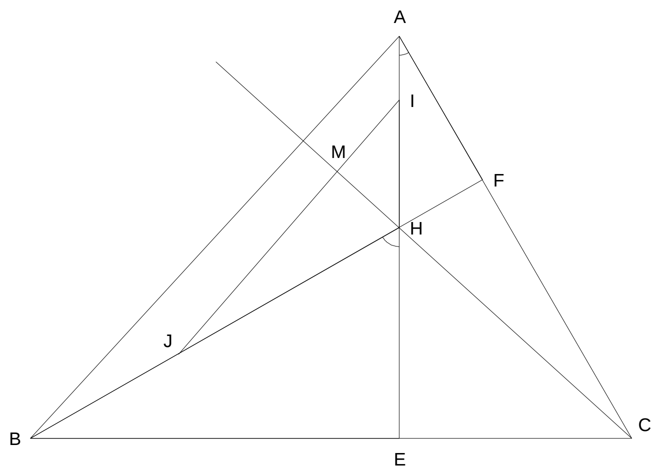
CH = 6 $\times$ $\cos 30°$

On a alors : CB = CH + HB

Soit CB = 6 $\times$ $\cos 30° + 3$

CB = 8,2 cm (arrondi au mm).

III]



BEH est un triangle rectangle en *E*. *H* est le milieu de [*AE*]. Les points *B*, *H* et *F* sont alignés.

On donne : $\widehat{BHE} = 60°$, $\widehat{HAF} = 30°$
$HB = 10$ cm

1)

a) Dans le triangle rectangle BHE,

$$\cos \widehat{BHE} = \frac{HE}{HB}$$

$$\cos 60° = \frac{HE}{10}$$

$HE = 10 \times \cos 60°$

HE = 5 cm

b) *H* est le milieu de [*AE*] donc HA = HE

D'où **HA = 5cm**

2) Les angles $\widehat{BHE}$ et $\widehat{AHF}$ sont opposés par le sommet donc égaux : $\widehat{AHF} = 60°$

Dans le triangle AFH, $\widehat{HAF} + \widehat{AHF} + \widehat{HFA} = 180$

On en déduit $\widehat{HFA}$ **= 90°**

3) Les droites (*AF*) et (*BE*) se coupent en un point *C*.

a) Les droites (*AE*) et (*BF*) sont des **hauteurs** du triangle *ABC*

b) La droite (*CH*) passe par un sommet du triangle et par le point d'intersection des hauteurs, c'est donc aussi une hauteur du triangle ABC (les hauteurs d'un triangle sont concourantes), **elle est perpendiculaire au côté correspondant c'est à dire (AB)**

4) Sur le segment [*HA*], on place le point *I* tel que *HI* = 3 cm.

Sur le segment [*HB*], on place le point *J* tel que *HJ* = 6 cm.

- (HA) et (HB) sont 2 droites sécantes en H
- A et I sont 2 points sur (HA), distincts de H
- B et J sont 2 points sur (HB), distincts de H

$\frac{HI}{HA} = \frac{3}{5}$ et $\frac{HJ}{HB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, on a donc $\frac{HI}{HA} = \frac{HJ}{HB}$, et H,I,A et H,J,B sont alignés dans cet ordre

D'après la réciproque du théorème de Thalès, **(IJ) // (AB)**

5) (IJ) et (AB) sont parallèles (d'après l'exercice 4) ; (CH) et (AB) sont perpendiculaires (d'après l'exercice 3)

Si 2 droites sont parallèles, toutes perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre

D'où (IJ) $\perp$ (CH)

Les droites (*CH*) et (*IJ*) se coupent en *M* donc **JMC est un triangle rectangle en *M*.**

6) JMC et JFC sont 2 triangles rectangles qui ont la même hypoténuse [JC], ils ont donc le **même cercle** circonscrit **de centre le milieu de [JC]**