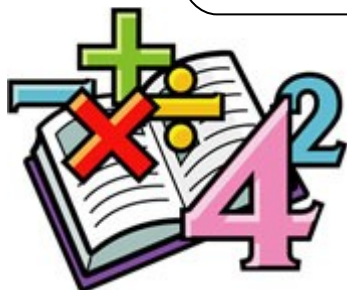


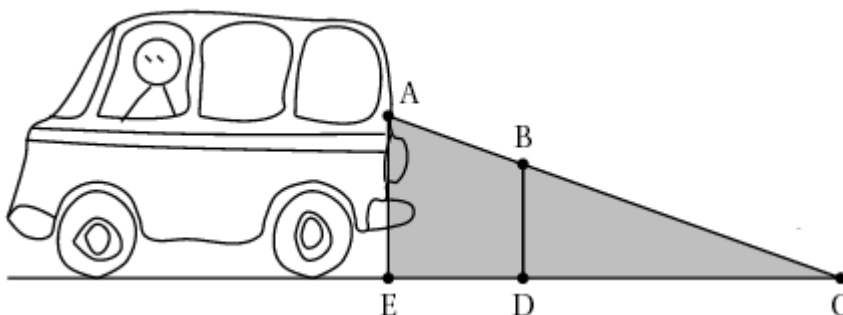
Correction du devoir d'entraînement



Exercice n°1 : Sécurité routière

En se retournant lors d'une marche arrière, le conducteur d'une camionnette voit le sol à 6 mètres derrière son camion.

Sur le schéma, la zone grisée correspond à ce que le conducteur ne voit pas lorsqu'il regarde en arrière.



Données :

$(AE) \parallel (BD)$

$AE = 1,50 \text{ m}$

$BD = 1,10 \text{ m}$

$EC = 6 \text{ m}$

1. Calculer DC.

Les droites (AB) et (ED) sont sécantes en C,
et $(AE) \parallel (BD)$

donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE} = \frac{CB}{CA}$

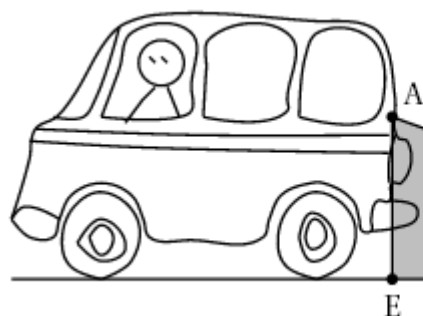
d'où $\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE}$ soit $\frac{CD}{6} = \frac{1,1}{1,5}$

On en déduit $CD = \frac{6 \times 1,1}{1,5} = \frac{22}{5} = 4,4 \text{ m}$

2. En déduire que $ED = 1,60 \text{ m}$.

$ED = EC - DC = 6 - 4,4 = 1,6 \text{ m}$

3. Une fillette mesure 1,10 m. Elle passe à 1,40 m derrière la camionnette.
Le conducteur peut-il la voir ? Expliquer.



1^{ère} méthode : On a vu que $ED = 1,6$ m et $BD = 1,1$ m. Donc pour apercevoir la fillette, il faut qu'elle passe derrière la camionnette à plus de 1,6m. Comme elle passe à 1,4 m, le conducteur ne pourra pas la voir.

2^{ème} méthode : par le calcul

La fillette se trouve en F tel que $EF = 1,40$ m. Soit G le point de $[AC]$ tel que $(FG) \parallel (AE)$. Calculons FG et comparons avec la taille de la fillette.

Les droites (AG) et (EF) sont sécantes en C, et $(AE) \parallel (GF)$

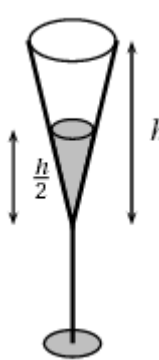
donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CF}{CE} = \frac{GF}{AE}$

et $CF = CE - EF = 6 - 1,4 = 4,6$

soit $\frac{4,6}{6} = \frac{GF}{1,5}$, on obtient alors : $GF = \frac{1,5 \times 4,6}{6} = 1,15$ m.

La fillette mesure moins de 1,15 m, le conducteur ne pourra pas la voir.

Exercice n°2

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Les solutions de l'équation $(x+7)(2x-7)=0$ sont	- 7 et 3,5	7 et - 3,5	- 7 et 5
2	La forme développée de $(7x-5)^2$ est	$49x^2 - 25$	$49x^2 - 70x + 25$	$49x^2 - 70x - 25$
3	La forme factorisée de $9 - 64x^2$ est	$- 55x^2$	$(3-8x)^2$	$(3-8x)(3+8x)$
4	 Le liquide remplit-il à moitié le verre ?	Oui	Non, c'est moins de la moitié	Non, c'est plus de la moitié

Question 1 : Résolvons $(x+7)(2x-7)=0$

Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul

$$\text{soit } x + 7 = 0$$

$$x + 7 - 7 = 0 - 7 \quad \text{ou}$$

$$x = -7 \quad \text{ou}$$

$$x = -7 \quad \text{ou}$$

$$x = -7 \quad \text{ou}$$

$$\text{soit } 2x - 7 = 0$$

$$2x - 7 + 7 = 0 + 7$$

$$2x = 7$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{7}{2}$$

$$x = 3,5$$

Les solutions sont -7 et $3,5$.

Question 2 : Développons $(7x - 5)^2$

$$(7x - 5)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = 49x^2 - 70x + 25$$

Question 3 : Factorisons $9 - 64x^2$

$$9 - 64x^2 = 3^2 - (8x)^2 = (3 - 8x)(3 + 8x)$$

Question 4 : Le verre a la forme d'un cône de hauteur h . Si on remplit le verre avec une hauteur de $\frac{h}{2}$, le liquide forme une réduction du cône initial de rapport $k = \frac{1}{2}$. Les

volumes sont multipliés par $k^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ c'est à dire diviser par 8. Le volume dans le verre est donc bien inférieur à celui correspondant à la moitié du verre plein.

Exercice n°3

Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Le fleuve Amazone est celui qui possède le débit moyen le plus important au monde.

Il est d'environ $190\,000 \text{ m}^3/\text{s}$.

En France, un foyer de 3 personnes consomme en moyenne $10\,000 \text{ L}$ d'eau par mois

Donner un ordre de grandeur du nombre de ces foyers que pourrait alimenter ce fleuve en 1 an.

Comme $1\text{h} = 3600 \text{ s}$, qu'il y a 24 h par jour et 365 jours par an,

En 1 an,

il sera passé $190\,000 \times 3600 \times 24 \times 365 = 599184 \times 10^7 \text{ m}^3$ dans le fleuve.

Un foyer de 3 personnes aura consommé $10\,000 \times 12 = 12 \times 10^4 \text{ L} = 120 \text{ m}^3$

(car $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$)

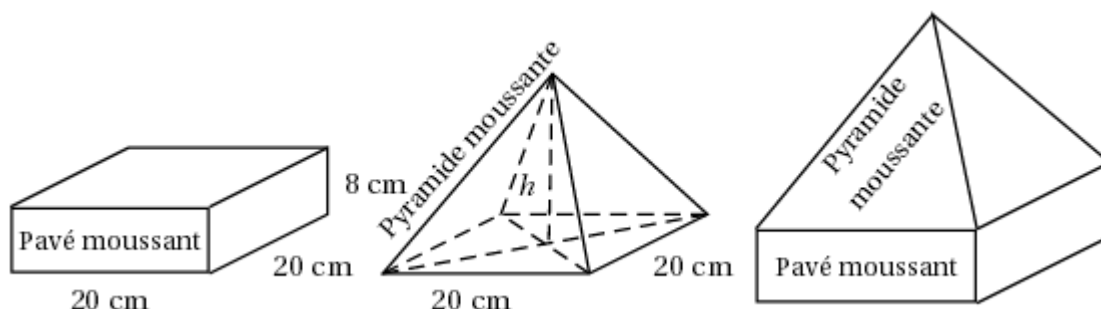
$$\frac{599184 \times 10^7}{120} = 4,9932 \times 10^{10} \text{ soit environ 50 milliards}$$

Le fleuve pourrait alimenter environ 50 milliards de foyers (plus de 10 fois la population mondiale)

Exercice n°4 : Belles bulles

Un vendeur de bain moussant souhaite des coffrets pour les fêtes de fin d'année.

En plus du traditionnel « pavé moussant », il veut positionner par dessus une « pyramide moussante » qui ait le même volume que le pavé. Les schémas suivants donnent les dimensions (h désigne la hauteur de la pyramide) :



On rappelle les formules suivantes :

- $V_{\text{pavé}} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$
- $V_{\text{pyramide}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

1. Calculer le volume d'un « pavé moussant ».

$$V_{\text{pavé}} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur} = 20 \times 20 \times 8 = 3200 \text{ cm}^3$$

2. Montrer que le volume d'une « pyramide moussante » est égale à $\frac{400h}{3} \text{ cm}^3$.

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{(20 \times 20) \times h}{3} = \frac{400h}{3} \text{ cm}^3$$

3. En déduire la hauteur qu'il faut à une pyramide pour qu'elle ait le même volume qu'un pavé.

Pour qu'une pyramide ait le même volume qu'un pavé, $V_{\text{pyramide}} = V_{\text{pavé}}$

soit
$$\frac{400h}{3} = 3200$$

$$\frac{3}{400} \times \frac{400h}{3} = \frac{3}{400} \times 3200$$

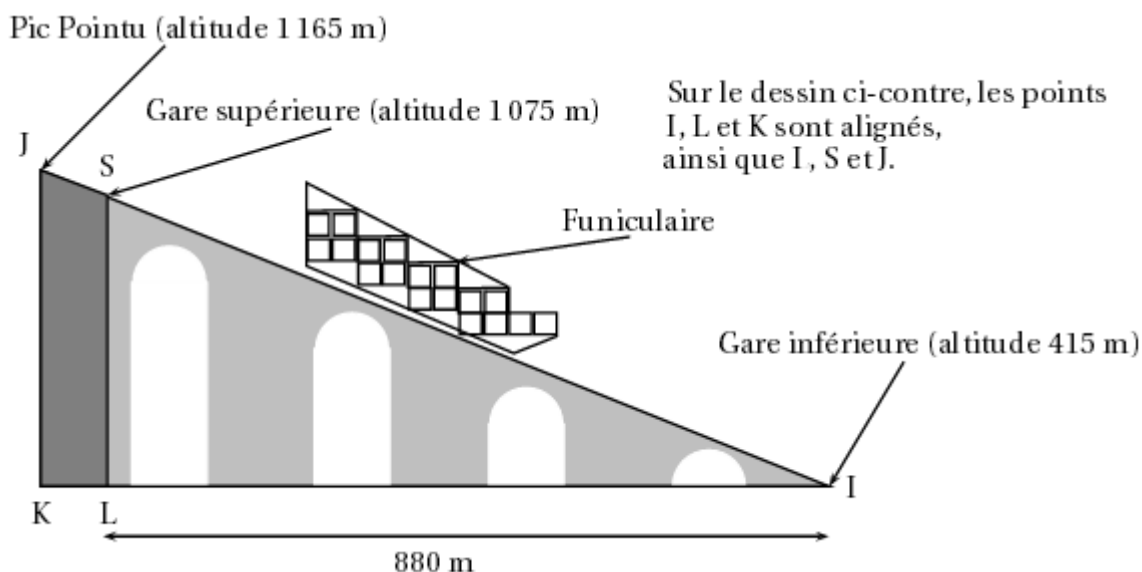
$$h = \frac{3 \times 3200}{400} = \frac{96}{4} = 24 \text{ cm}$$

Il faut que la hauteur de la pyramide soit de 24 cm.

Exercice n°5

M. Cotharbet décide de monter au Pic Pointu en prenant le funiculaire ¹ entre la gare inférieure et la gare supérieure, la suite du trajet s'effectuant à pied.

(1) Un funiculaire est une remontée mécanique équipée de véhicules circulant sur des rails en pente.



1. À l'aide des altitudes fournies, déterminer les longueurs SL et JK.

$$SL = 1075 - 415 = 660 \text{ m}$$

$$JK = 1165 - 415 = 750 \text{ m}$$

2.

a. Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.

Dans le triangle SIL rectangle en L, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SI^2 = IL^2 + SL^2$$

$$SI^2 = 880^2 + 660^2$$

$$SI^2 = 1\,210\,000 \text{ d'où } SI = \sqrt{1\,210\,000} = 1\,100 \text{ m}$$

b. Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.

$$\text{Dans le triangle SIL rectangle en L, } \cos \widehat{SIL} = \frac{IL}{IS} = \frac{880}{1100} = \frac{4}{5}$$

D'où $\widehat{SIL} = 37^\circ$ arrondi à un degré près. (On a utilisé la touche $\cos^{-1}$ ou Acs de la calculatrice)

3. Le funiculaire se déplace à la vitesse moyenne constante de 10 km.h^{-1} , aussi bien en montée qu'à la descente.

Calculer la durée du trajet aller entre les deux gares. On donnera le résultat en min et s.

On sait que $SI = 1\,100 \text{ m} = 1,1 \text{ km}$

Le funiculaire parcourt 10 km en 1 h. Comme la distance et le temps sont proportionnels, il parcourt aussi $10 \times \frac{1,1}{10} = 1,1 \text{ km}$ en $1 \times \frac{1,1}{10} = 0,11 \text{ h}$.

Convertissons ce temps en min et s :

$$0,11 \times 60 = 6,6 \text{ min}$$

$$6,6 \text{ min} = 6 \text{ min} + 0,6 \text{ min} = 6 \text{ min} + 0,6 \times 60 \text{ s} = 6 \text{ min} + 36 \text{ s}$$

La durée du trajet sera de 6 min et 36 s.

Exercice n°6

Dans cet exercice, on considère le rectangle ABCD ci-contre tel que son périmètre soit égal à 31 cm.



1.

a. Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur ?

Le périmètre du rectangle est $2 \times \text{Longueur} + 2 \times \text{largeur}$,

On a : $31 = 2 \times 10 + 2 \times \text{largeur}$

$$31 = 20 + 2 \times \text{largeur}$$

$$31 - 20 = 2 \times \text{largeur}$$

$$11 = 2 \times \text{largeur}$$

$$\frac{11}{2} = \text{largeur}$$

La largeur est de $\frac{11}{2} = 5,5 \text{ cm}$

b. Proposer une autre longueur et trouver la largeur correspondante.

Pour une longueur de 8 cm,

$$31 = 2 \times 8 + 2 \times \text{largeur}$$

$$31 = 16 + 2 \times \text{largeur}$$

$$31 - 16 = 2 \times \text{largeur}$$

$$\frac{15}{2} = \text{largeur}$$

Pour une longueur de 8 cm, la largeur est de $\frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}$

c. On appelle x la longueur de AB.

En utilisant le fait que le périmètre de ABCD est de 31 cm, exprimer la longueur BC en fonction de x .

Le périmètre de ABCD est : $2 \times AB + 2 \times BC$.

On a : $2 \times AB + 2 \times BC = 31$

$$2 \times x + 2 \times BC = 31$$

$$2 \times BC = 31 - 2x$$

$$BC = \frac{31 - 2x}{2}$$

d. En déduire l'aire du rectangle ABCD en fonction de x .

La formule pour l'aire d'un rectangle est : $A = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

D'où $A = AB \times BC = x \times \left(\frac{31-2x}{2} \right) = x(15,5 - x)$.

2. On considère la fonction f définie par $f(x) = x(15,5 - x)$.

a. Calculer $f(4)$.

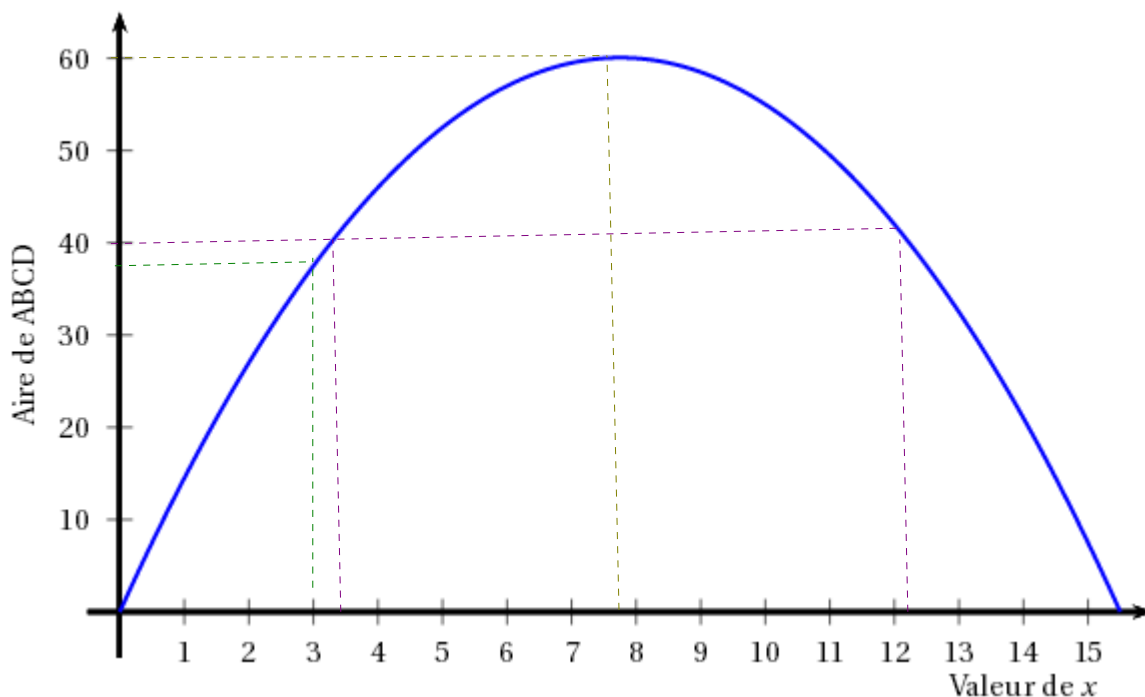
$f(4) = 4 \times (15,5 - 4) = 46$

b. Vérifiez qu'un antécédent de 52,5 est 5.

$f(5) = 5 \times (15,5 - 5) = 52,5$

5 est bien un antécédent de 52,5

3. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle ABCD en fonction de la valeur de x .



À l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées :

a. Quelle est l'aire du rectangle ABCD lorsque x vaut 3 cm ?

On lit que l'aire vaut environ 37 cm^2 pour $x = 3 \text{ cm}$. (La valeur exacte est $37,5 \text{ cm}^2$)

b. Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à 40 cm^2 ?

On lit que l'aire vaut 40 cm^2 pour $x \approx 3,2 \text{ cm}$ (la valeur exacte est $\frac{31-\sqrt{321}}{4} \text{ cm}^2$) et

pour $x \approx 12,2 \text{ cm}$ (la valeur exacte est $\frac{31+\sqrt{321}}{4} \text{ cm}^2$)

c. Quelle est l'aire maximale de ce rectangle ? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue ?

L'aire maximale est environ 60 cm^2 et est obtenue pour $x \approx 7,7 \text{ cm}$ (La valeur exacte est $\frac{961}{16} \text{ cm}^2$ pour $x = 7,75 \text{ cm}$)

4. Que peut-on dire du rectangle ABCD lorsqu'AB vaut $7,75 \text{ cm}$?

D'après la question 1.c, $BC = \frac{31 - 2 \times 7,75}{2} = 7,75$.

Le rectangle ABCD a une longueur et une largeur qui sont égales, c'est donc un carré.

Exercice n°7

Denis se rend au collège. Il est pressé d'arriver parce qu'il est en retard. Au lieu d'emprunter le chemin habituel, il décide de couper en diagonale le terrain de foot qui le sépare du collège. Denis marche toujours à la vitesse moyenne de $4,5 \text{ km/h}$.

Quelle économie de temps en minutes et secondes Denis peut-il espérer faire en prenant le raccourci «en diagonale» ?

Support : Un plan commenté des abords du collège

Le schéma ci-dessous est un plan du quartier du collège.

Le terrain de foot est un rectangle de 400 m de longueur et de 300 m de largeur. Denis se trouve actuellement au point D.

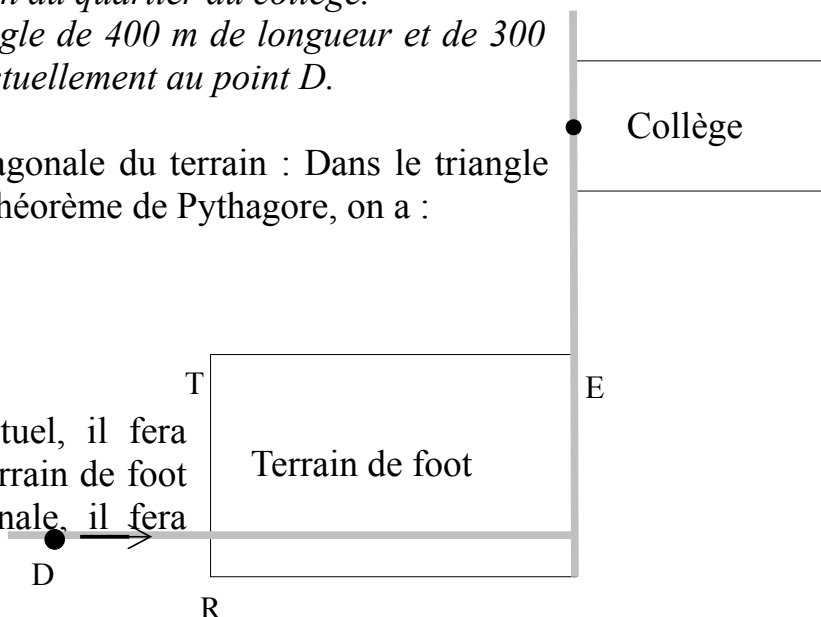
Calculons la longueur de la diagonale du terrain : Dans le triangle TER rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$RE^2 = RT^2 + TE^2$$

$$RE^2 = 300^2 + 400^2 = 250000$$

$$\text{d'où } RE = \sqrt{250000} = 500$$

Si Denis suit le chemin habituel, il fera $400 + 300 = 700 \text{ m}$ le long du terrain de foot alors que s'il coupe en diagonale, il fera 500 m



Denis raccourci donc de $700 - 500 = 200 \text{ m}$ son trajet.

Il parcourt

$4,5 \text{ km}$	en	1 h
4500 m	en	60 min
$4500 \times \frac{200}{4500} = 200 \text{ m}$	en	$60 \times \frac{200}{4500} = \frac{8}{3} \text{ min}$

$$\frac{8}{3} \text{ min} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} \text{ min} = 2 \text{ min} + \frac{2}{3} \times 60 \text{ s} = 2 \text{ min} + 40 \text{ s}.$$

Denis peut espérer une économie de temps de $2 \text{ min } 40 \text{ s}$.