Février 2019

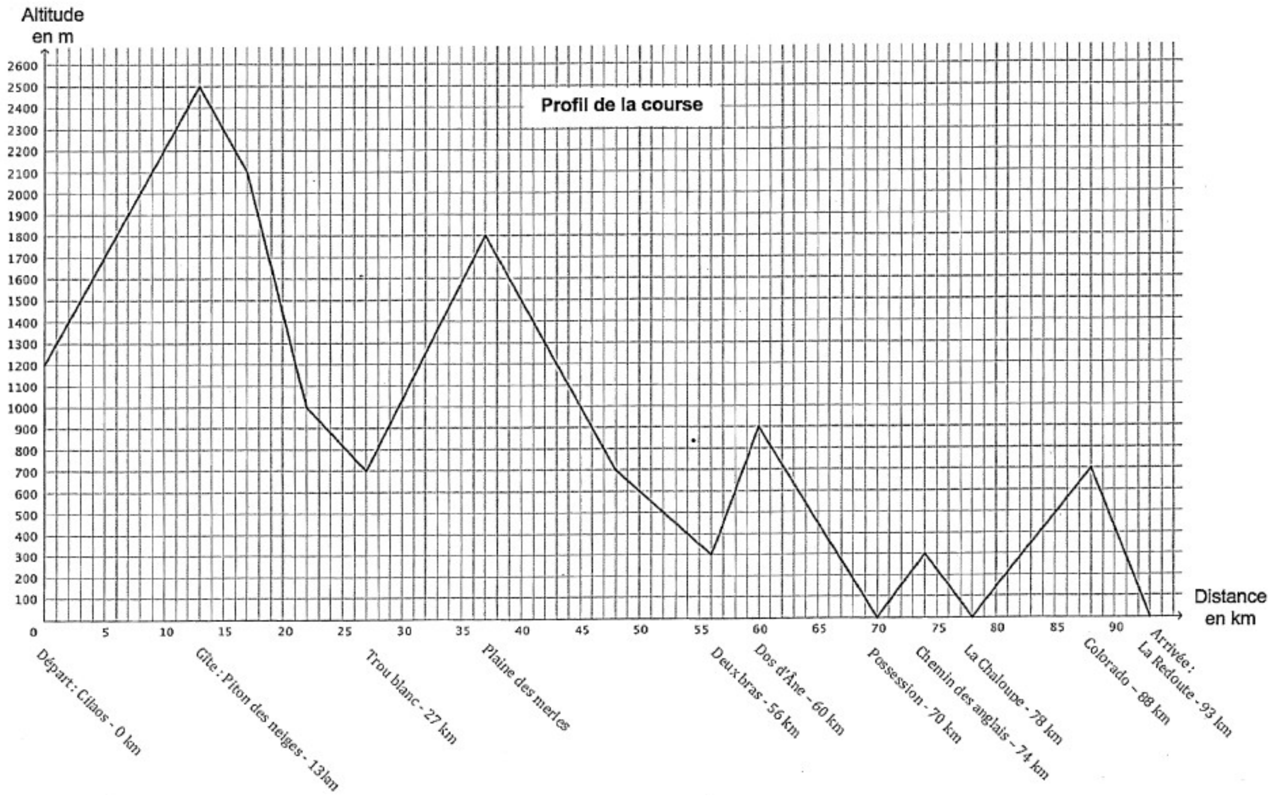
SOLUTION DU BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

L'emploi de la calculatrice est autorisé.
Le détail des calculs doit figurer sur la copie.
Sauf indication contraire, seuls les résultats exacts sont demandés.
Tous les essais, les démarches engagées, même non aboutis seront pris en compte.
Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n°1 (14 points)

Le graphique ci-dessous représente le profil d'une course à pied qui se déroule sur l'île de La Réunion (ce graphique exprime l'altitude en fonction de la distance parcourue par les coureurs).
Aucune justification n'est attendue pour les questions 1 à 4.



1°) *Quelle est la distance parcourue par un coureur, en kilomètres, lorsqu'il arrive au sommet de la plaine des merles ?*
Le coureur a parcouru 37 km lorsqu'il arrive au sommet de la plaine des merles.

2°) *Quelle est l'altitude atteinte, en mètres, au gîte du Piton des neiges ?*
l'altitude atteinte au gîte du Piton des neiges est 2500 m.

3°) *Quel est le nom du sommet situé à 900 mètres d'altitude ?*
Le sommet situé à 900 mètres d'altitude est le Dos d'Âne.

4°) *A quelle(s) distance(s) du départ un coureur se trouve t-il à 1 900 m d'altitude ?*
Un coureur se trouve à 1 900 m d'altitude lorsqu'il est à 7 km où à 18 km du départ.

5°) *Le dénivelé positif se calcule uniquement dans les montées ; pour chaque montée, il est égal à la différence entre l'altitude la plus haute et l'altitude la plus basse.*
a) Calculer le dénivelé positif entre Cilaos et le gîte du Piton des neiges.
$2500 - 1200 = 1300$. Le dénivelé positif entre Cilaos et le gîte du Piton des neiges est de 1300 m.

b) *Montrer que le dénivelé positif total de cette course est 4 000 m.*
Le dénivelé positif total est :
$(2500 - 1200) + (1800 - 700) + (900 - 300) + (300 - 0) + (700 - 0) = 4000$ m

Exercice n°2 (16 points)

Pour chaque affirmation, dire en justifiant si elle est vraie ou fausse.

Affirmation 1 :

Programme de calcul A
Choisir un nombre Ajouter 3 Multiplier le résultat par 2 Soustraire le double du nombre de départ

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

Soit x le nombre choisi. Le résultat est $(x + 3) \times 2 - 2 \times x = 2x + 6 - 2x = 6$
Vrai, le résultat est 6 quelque soit le nombre choisi.

Affirmation 2 : *Le résultat du calcul* $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ *est égal à* $\frac{1}{5}$.

$\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{5} - \frac{4 \times 1}{5 \times 3} = \frac{7}{5} - \frac{4}{15} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4}{15} = \frac{21}{15} - \frac{4}{15} = \frac{17}{15}$
Faux, le résultat n'est pas $\frac{1}{5}$.

Affirmation 3 : *Le nombre 72 a exactement 5 diviseurs*

Les diviseurs de 72 sont : 1 ; 2 ;3 ; 4 ;6 ;8 ;9 ;12 ;18 ;24 ;36 ;72.
Faux, 72 a 12 diviseurs.

Affirmation 4 : *Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, on a* $2^n - 1$ *qui est un nombre premier.*

Pour $n = 4$, $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ $(= 3 \times 5)$
15 n'est pas un nombre premier, l'affirmation est fausse.

Exercice n°3 (14 points)

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays, selon le nombre de médailles, aux Jeux Olympiques de Rio en 2016.

	A	B	C	D	E	F
1	Rang	Pays	Or	Argent	Bronze	Total
2	1	États-Unis	46	37	38	121
3	2	Grande Bretagne	27	23	17	67
4	3	Chine	26	18	26	70
5	4	Russie	19	18	19	56
6	5	Allemagne	17	10	15	42
7	6	Japon	12	8	21	41
8	7	France	10	18	14	42
9	8	Corée du Sud	9	3	9	21
10	9	Italie	8	12	8	28
11	10	Australie	8	11	10	29

1°) *Quelle formule, parmi les quatre proposées, a été saisie dans la cellule F2 de cette feuille de calcul, avant qu'elle soit étirée vers le bas?*

Formule A	*Formule B*	*Formule C*	*Formule D*
=46+37+38	C2+D2+E2	=SOMME(C2 : E2)	=A2+C2+D2+E2

La formule saisie en F2 est la formule C.

2°) *Le classement aux Jeux Olympiques s'établit selon le nombre de médailles d'or obtenues et non selon le nombre total de médailles. Pour cette raison, la France avec 42 médailles se retrouve derrière le Japon qui n'en a que 41. En observant l'Italie et l'Australie, établir la règle de classement en cas d'égalité sur le nombre de médailles d'or.*

En cas d'égalité sur le nombre de médailles d'or, on classe en fonction des médailles d'argent.

3°) *Un journaliste sportif propose une nouvelle procédure pour classer les pays : chaque médaille d'or rapporte 3 points, chaque médaille d'argent rapporte 2 points et chaque médaille de bronze rapporte 1 point. Dans ces conditions, la France dépasserait-elle le Japon?*

Calcul des points pour la France : $10 \times 3 + 18 \times 2 + 14 \times 1 = 80$

Calcul des points pour le Japon : $12 \times 3 + 8 \times 2 + 21 \times 1 = 73$

La France dépasserait le japon avec cette nouvelle procédure.

4°) *Quel est le pourcentage de médailles d'or remportées par la France par rapport à son nombre total de médailles? Arrondir le résultat au dixième de %.*

Le pourcentage de médailles d'or par rapport au nombre total de médailles est :

$\frac{10}{42} \times 100 \approx 23,8$ %

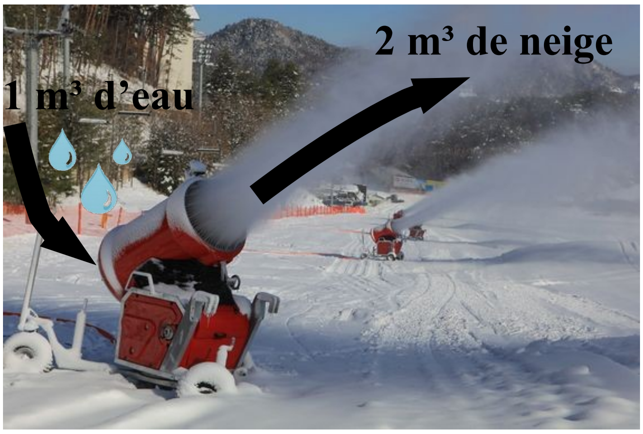
Exercice n°4 (10 points)

Dans une station de ski, les responsables doivent enneiger la piste de slalom avec de la neige artificielle.

Elle est produite à l'aide de canons à neige.

La piste est modélisée par un rectangle dont la largeur est 25 m et la longueur est de 480 m.

Chaque canon à neige utilise 1 m³ d'eau pour produire 2 m³ de neige et produit 30 m³ de neige par heure.



1°) Pour préparer correctement la piste de slalom, on souhaite produire une couche de neige artificielle de 40 cm d'épaisseur. Quel volume de neige doit-on produire ? Quel sera le volume d'eau utilisé ?

Convertissons la mesure donnée en centimètre en mètre : 40 cm = 0,4 m
Le volume a produire est : $V_{neige} = 480 \times 25 \times 0,40 = 4800\, m^3$
Il faut donc $V_{eau} = \dfrac{4800}{2} = 2400\, m^3$ d'eau

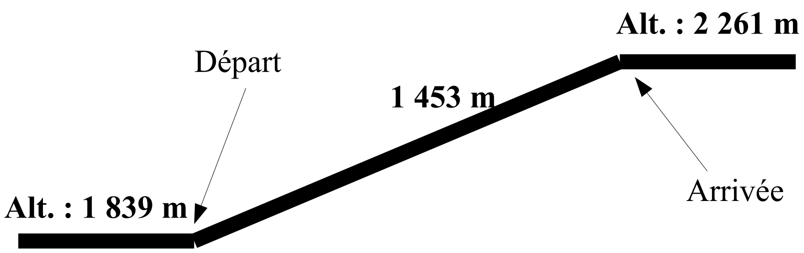
2°) *Sur cette piste de ski, il y a 7 canons à neige qui produisent tous le même volume de neige. Déterminez la durée nécessaire de fonctionnement des canons à neige pour produire les 4800 m³ de neige souhaités. Donnez le résultat arrondi à l'heure près.*

Les 78 canons produisent $7 \times 30 = 210\, m^3$ de neige par heure.
$4800 \div 210 \approx 23$ Il faut 23h pour produire les 4800m³ de neige (valeur arrondie à l'unité)

Exercice n°5 (13 points)

Sur un télésiège de la station de ski, on peut lire les informations suivantes :

Télésiège 6 places
Vitesse : 5,5 m/s **Puissance : 690 KW**
Débit maxi : 3 000 skieurs par heure
Altitude du départ : 1 839 m **Altitude de l'arrivée : 2 261 m**
Distance parcourue entre le départ et l'arrivée : 1 453 m



Ouverture du télésiège : 9h – Fermeture : 16h

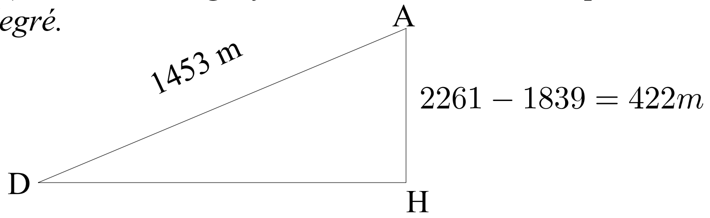
1°) *Une journée de vacances d'hiver, ce télésiège a fonctionné avec son débit maximum pendant toute sa durée d'ouverture.*
Combien de skieurs ont pris ce télésiège ?
Le télésiège a fonctionné de 9h à 16 h, soit 7 h. Son débit maximum est de 3000 skieurs à l'heure.
Il y a donc $7 \times 3000 = 21000$ skieurs qui ont pris ce télésiège.

2°) *Calculer la durée du trajet d'un skieur qui prend ce télésiège.*
On arrondira le résultat à la seconde, puis on l'exprimera en minutes et secondes.
Le trajet est de 1453m à la vitesse de 5,5m/s. Utilisons un tableau de proportionnalité

Distance en m	1453	5,5
Temps en s	x	1

On a : $x \times 5,5 = 1453 \times 1$ soit $x = \dfrac{1453}{5,5} \approx 264$ s Le trajet dure environ 264 s.
$264 = 4 \times 60 + 24$ d'où 264 s = 4 min 24 s.

3°) *Calculer l'angle formé avec l'horizontale par le câble du télésiège. On arrondira le résultat au degré.*



Dans le triangle DAH, rectangle en H, on a : $\sin \widehat{ADH} = \dfrac{422}{1453}$ et donc

$\widehat{ADH} = \arcsin\left(\dfrac{422}{1453}\right) \approx 17°$. L'angle formé avec l'horizontale par le câble du télésiège est de 17°.

Exercice n°6 (9 points)

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure 1.

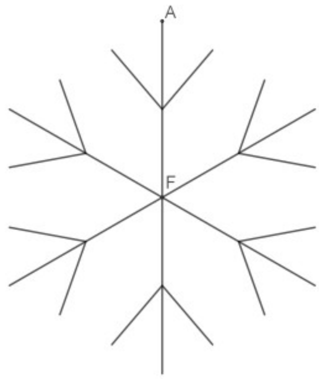
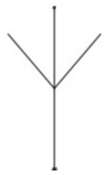


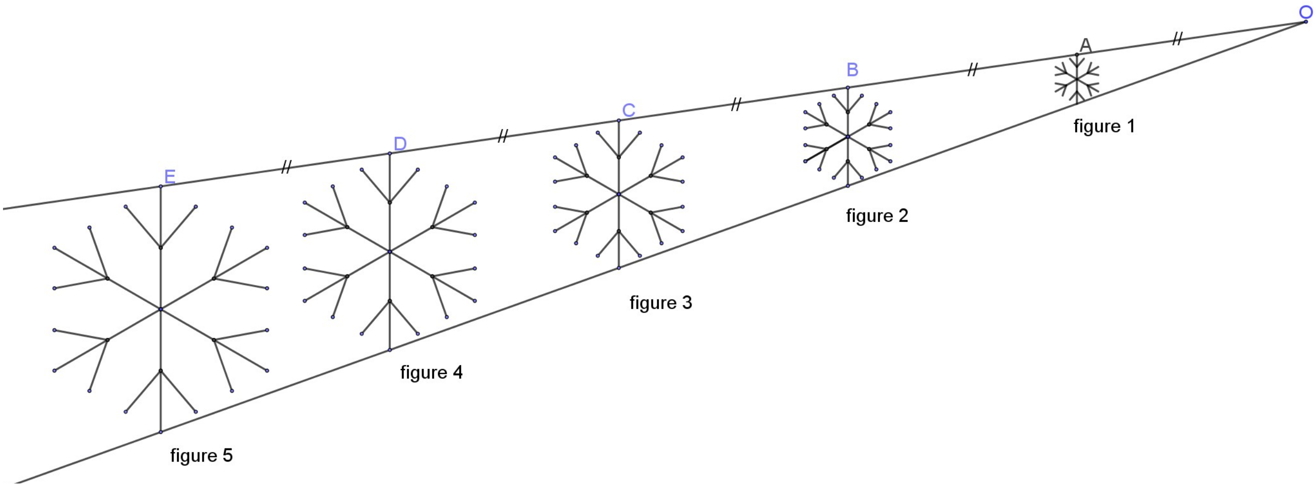
figure 1

1°) *Dessiner à main levée le motif qui permet de construire cette rosace.*



2°) *Préciser la transformation et ses éléments caractéristiques permettant de passer du motif à la rosace.*
On applique (plusieurs fois) une rotation de centre F et d'angle 60° ($360 \div 6$)

3°) *En appliquant à la figure 1 des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.*



a) *Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure 3 (au point C) à partir de la figure 1 (au point A) ? Aucune justification n'est attendue*
Le rapport cette homothétie est 3 $\left(\dfrac{OA}{OC} = 3\right)$.

b) *On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\dfrac{3}{5}$ à la figure 5 (au point E). Quelle figure obtient-on ? Aucune justification n'est attendue.*
On obtient la figure 3 (point C).

Exercice n°7 (14 points)

On considère le programme de calcul suivant :

1°) *Si le nombre choisi au départ est 4, quel résultat le lutin annonce-t-il ?*
$(4+3)\times 2 = 14$. Le lutin annonce 14.

2°) *Quel résultat le lutin annonce-t-il si le nombre choisi au départ est -2 ?*
$(-2+3)\times 2 = 2$. Le lutin annonce 2.

3°) *On désigne par x le nombre choisi au départ. Parmi les expressions suivantes, recopier celle qui est associée au programme.*

$A = 2x+3$ $\quad$ $B = 3x+2$

$C = 2(x+3)$ $\quad$ $D = x+3\times 2$

4°) *Quel est le nombre choisi au départ si le résultat dit par le lutin est -10 ?*
Résolvons

$$\begin{aligned} 2(x+3) &= -10 \\ 2x+6 &= -10 \\ 2x+6-6 &= -10-6 \\ 2x &= -16 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{-16}{2} \\ x &= -8 \end{aligned}$$

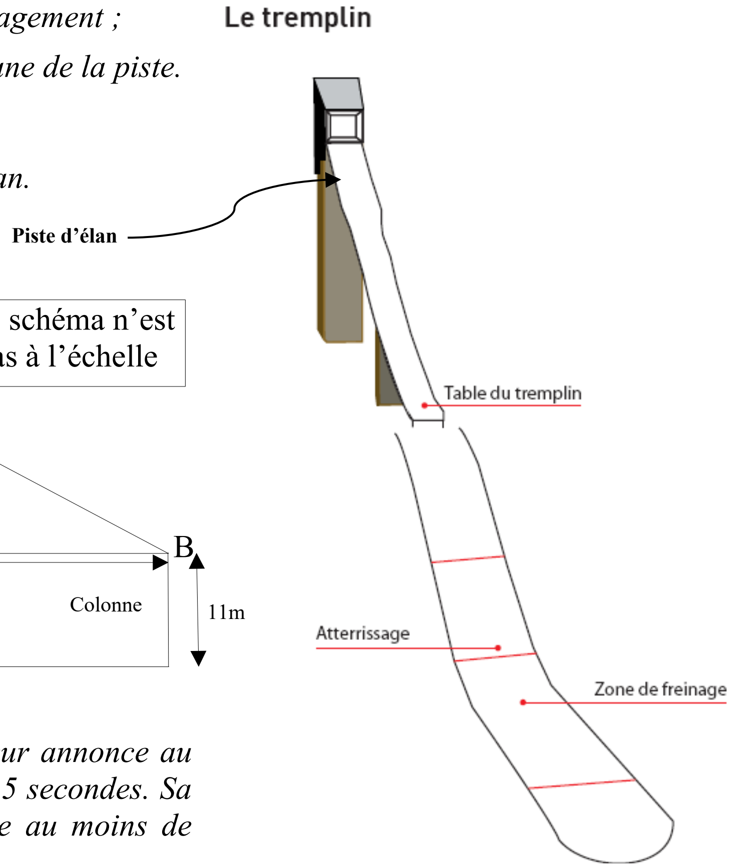
Le nombre choisi au départ est -8

5°) *Zoé affirme que le programme ci-contre donne le même résultat que le programme précédent, quel que soit le nombre choisi au départ.*
A-t-elle raison ? Justifier la réponse.
Si on teste avec 4, le programme met $2\times 4 = 8$ dans la variable résultat.
Donc ce n'est pas le même résultat qu'avec le 1^{er} programme (on avait trouvé 14).

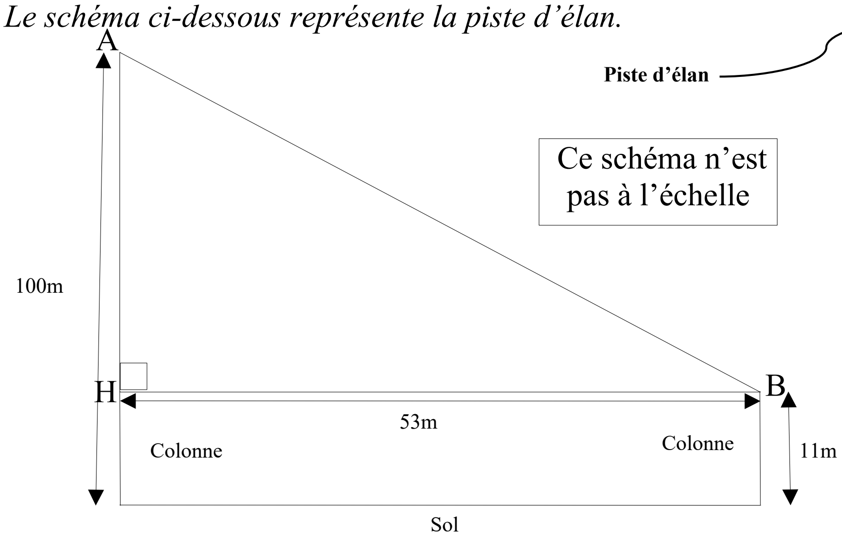
Exercice n°8 (10 points)

Le saut à ski comprend trois étapes distinctes :

- *l'athlète descend la piste d'élan avant de s'élancer dans les airs;*
- *il saute et atterrit sur la piste de dégagement ;*
- *il ralentit et s'arrête sur la partie plane de la piste.*



Le schéma ci-dessous représente la piste d'élan.



Lors d'une compétition de ski, un présentateur annonce au micro « Le skieur a dévalé la piste d'élan en 5 secondes. Sa vitesse moyenne sur cette longueur doit être au moins de 70 km/h ! ».
Cette affirmation du présentateur est-elle vraie ? Justifiez

Calculons la longueur de la piste d'élan
On appelle A le point de départ, B le point en bas de la piste et H le sommet correspondant à l'angle droit. On connaît HB = 53 m et AH = 100 – 11 = 89 m
Dans le triangle AHC, rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + HB^2 \\ &= 89^2 + 53^2 \qquad d'où\ AB = \sqrt{10730} \approx 103,6m \\ &= 10730 \end{aligned}$$

Calculons la vitesse pour parcourir AB en 5s

$$\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} = \frac{\sqrt{10730}}{5} \approx 20,7m/s$$

Convertissons en km/h
20,7 m = 0,0207 km
Utilisons un tableau de proportionnalité

Distance en km	0,0207	*d*
Temps en s	1	3600

On a alors :

$$\begin{aligned} d \times 1 &= 0,0207 \times 3600 \\ d &= 74,52 \end{aligned}$$

La vitesse est d'environ 74,5 km/h, donc le présentateur a raison.