Février 2024

BREVET BLANC
SOLUTION DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'emploi de la calculatrice est autorisé.

Le détail des calculs doit figurer sur la copie.

*Sauf indication contraire, **les réponses doivent être justifiées** et seuls les résultats exacts sont demandés.*

Tous les essais, les démarches engagées, même non aboutis seront pris en compte.

Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

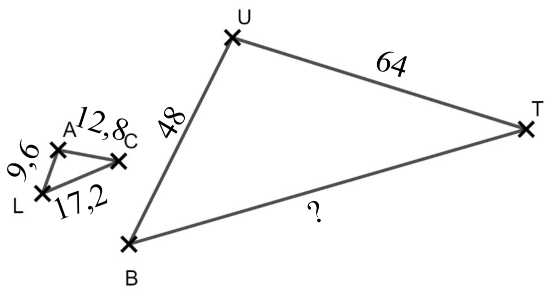
Exercice n°1 (21 points)

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples).

Chaque question n'a qu'une seule bonne réponse.

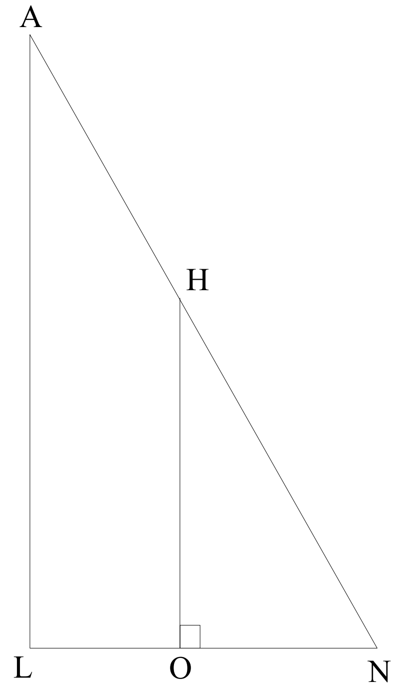
Pour chaque question, précisez sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée pour cet exercice.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	$\frac{4}{7}+\frac{5}{21}=...$	$\frac{9}{21}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{17}{21}$
2	Une équation équivalente à l'équation $5x-3=3x+2$ est :	$8x=5$	$2x=5$	$2x=-1$
3	Dans une classe de 25 élèves, 60 % des élèves sont des filles. Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?	10	15	20
4	Une expression développée de $A=(x-2)(3x+7)$ est :	$3x^2+13x+14$	$3x^2+x+14$	$3x^2+x-14$
5	Dans un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5cm et $\widehat{ABC}=50°$:	$AC\approx 3,2cm$	$AC\approx 6cm$	$AC\approx 3,8cm$
6	Trois diviseurs de 84 sont :	$84, 168$ et 252	$2, 3$ et 4	$2, 5$ et 7
7	Quelle est la valeur de l'expression x^2+3x-5 pour $x=-1$?	-9	-1	-7
8	On considère la configuration suivante, dans laquelle les triangles LAC et BUT sont semblables  Quelle est la mesure du côté BT ?	86	80	55,6

Exercice n°2 (22 points)

Cette figure n'est pas à l'échelle.



On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes :

- *AN = 13 cm*
- *LN = 5 cm*
- *AL = 12 cm*
- *ON = 3 cm*
- *O appartient au segment [LN]*
- *H appartient au segment [NA]*

1. *Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.*

   AN est la plus grande longueur du triangle LNA

   $AN^2 = 13^2 = 169$

   La somme des carrés des deux autres côtés est :

   $AL^2 + LN^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

   On a : $AN^2 = AL^2 + LN^2$, l'égalité de **Pythagore** est vérifiée, le triangle LNA est rectangle en L.

2. *Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?*

   On a : $\widehat{LNA} = \widehat{ONH}$ car c'est le même angle et $\widehat{NLA} = \widehat{NOH} = 90$°. Les triangles LNA et ONH ont deux angles qui sont deux à deux de même mesure, ce sont donc des triangles semblables.

3. *Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.*

   LNA et ONH sont des triangles semblables, on a donc :

   $$\frac{NO}{NL} = \frac{OH}{AL} \left(= \frac{NH}{NA}\right)$$

   $$\frac{3}{5} = \frac{OH}{12}$$

   $$5 \times OH = 3 \times 12$$

   $$\frac{5 \times OH}{5} = \frac{3 \times 12}{5}$$

   $$OH = 7,2$$

   On a bien OH = 7,2 cm

4. *Calculer la mesure de l'angle $\widehat{LNA}$. Donner une valeur approchée à l'unité près.*

   Dans le triangle LNA rectangle en L,

   $$\cos(\widehat{LNA}) = \frac{LN}{AN}$$

   $$\cos(\widehat{LNA}) = \frac{5}{13}$$

   et donc

   $$\widehat{LNA} = \arccos\left(\frac{5}{13}\right) \approx 67°$$

   D'où $\widehat{LNA}$ = 67° valeur arrondie à l'unité.

5. a) *Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?*

Il faut calculer l'aire de LNA et soustraire l'aire de ONH.

$Aire_{LNA} = \dfrac{LN \times LA}{2} = \dfrac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$

$Aire_{ONH} = \dfrac{ON \times OH}{2} = \dfrac{3 \times 7,2}{2} = 10,8 \text{ cm}^2$

L'aire du quadrilatèe LOHA est : $30–10,8 = 19,2$ cm²

b) *Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ? On donnera cette proportion sous forme de pourcentage.*

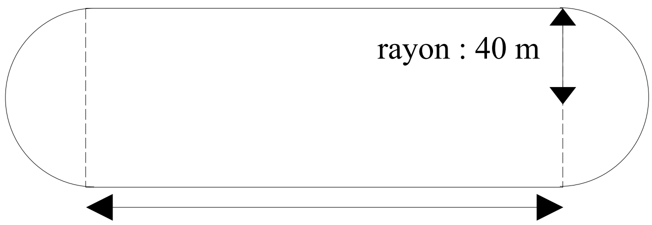
La proportion est $\dfrac{\text{Aire de LNOA}}{\text{Aire de LNA}} \times 100 = \dfrac{19,2}{30} \times 100 = 0,64 \times 100 = 64$ %

Exercice n°3 (18 points)

Un hippodrome est un lieu où se déroule des courses de chevaux.
On s'intéresse à la piste d'un hippodrome.
Cette piste est composée de :

- *deux lignes droites modélisées par des segments de 850 mètres ;*
- *deux virages modélisés par deux demi-cercles de rayon 40 mètres.*

Schéma de la piste de cet hippodrome



1. *Montrer que la longueur d'un tour de piste est d'environ 1 951 m.*

   La longueur est : $2 \times \pi \times 40 + 2 \times 850 \approx 1951 \text{ m}.$

2. *Un cheval parcourt un tour de piste en 2 min 9 s.*

   a. *Calculer la vitesse moyenne de ce cheval sur un tour de piste en mètre par seconde (m/s). Donner une valeur approchée à l'unité près.*

   2 min 9s = 120s + 9s = 129s

   $\text{vitesse} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}} = \dfrac{1951}{129} \approx 15,1\text{m/s}$

   Une valeur approchée à l'unité près de la vitesse est 15 m/s.

   b. *Convertir cette vitesse en kilomètre par heure (km/h).*

   $$15 \text{ m en } 1s$$
   $$15 \times 3600 \text{ m en } 1 \times 3600s$$
   $$54000 \text{ m en } 3600s$$

   $\text{soit } 54 \text{ km en } 1\text{h} = 54 \text{ km/h}$

3. *On souhaite semer du gazon sur la surface située à l'intérieur de la zone limitée par la piste. On admet que la surface de la piste a une aire d'environ 73 027 m².*

On doit choisir des sacs de gazon à semer parmi les trois marques ci-dessous :

	Surface couverte par sac	*Prix d'un sac*
Marque A	*500 m²*	*141,95 €*
Marque B	*400 m²*	*87,90 €*
Marque C	*300 m²*	*66,50 €*

Quelle marque doit-on choisir pour que cela coûte le moins cher possible ?

Marque A :

Il faut $\dfrac{73027}{500} \approx 146,05$. Il faut donc 147 sacs, ce qui coûte $147 \times 141,95 = 20\ 866,65$ €

Marque B :

Il faut $\dfrac{73027}{400} \approx 182,57$. Il faut donc 183 sacs, ce qui coûte $183 \times 87,90 = 16\ 085,7$ €

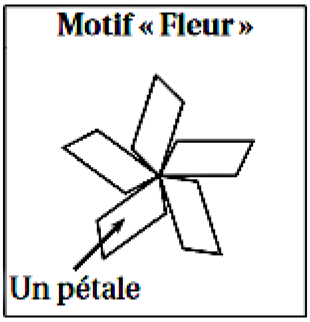
Marque C :

Il faut $\dfrac{73027}{300} \approx 243,42$. Il faut donc 244 sacs, ce qui coûte $244 \times 66,50 = 16\ 226$ €

Il faut choisir la marque B.

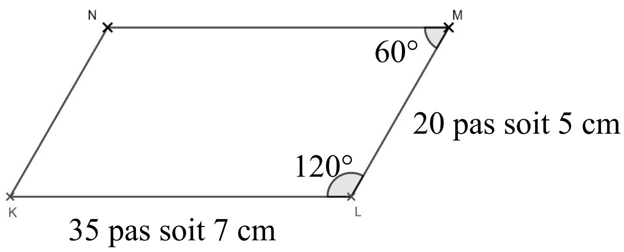
Exercice n°4 (20 points)

À l'aide d'un logiciel de programmation, on veut réaliser le motif « Fleur »suivant.



1. a. *Le parallélogramme KLMN ci-dessous représente un des pétales du motif «Fleur».*

   Construire ce parallélogramme sur la copie en prenant 1 cm pour 5 pas.



   b. *On définit le bloc « Pétale » ci-après afin de dessiner ce parallélogramme.*

   On commence la construction du parallélogramme au point K en s'orientant vers la droite.

Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 4, 5, 6, et 7 du bloc « Pétale » ci-contre ?
Aucune justification n'est attendue, écrire sur la copie le numéro de la ligne du bloc «Pétale» et la valeur correspondante.

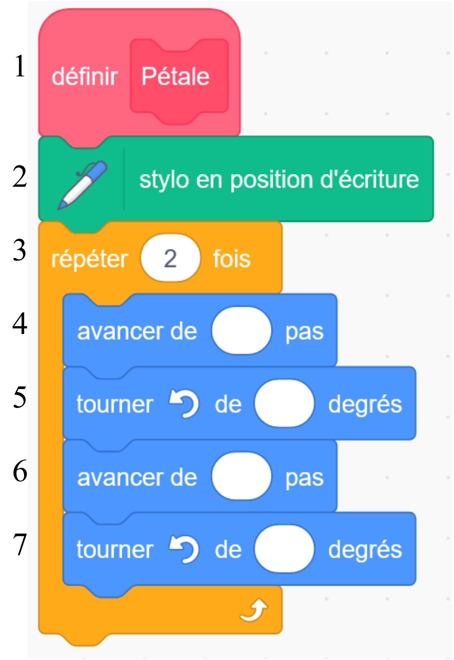
Ligne 4 : avancer de **35** pas

Ligne 5 : tourner de **60**°

Ligne 6 : avancer de **20** pas

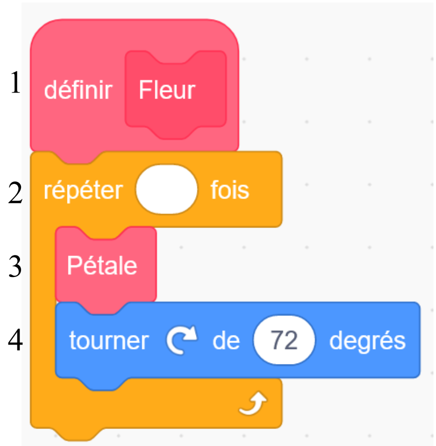
Ligne 7 : tourner de **120**°

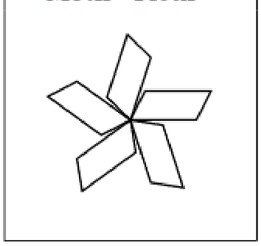
Bloc « Pétale »



2. *Le bloc ci-dessous permet de construire un motif « Fleur » en partant de son centre.*

Bloc « Fleur »




Motif « Fleur »

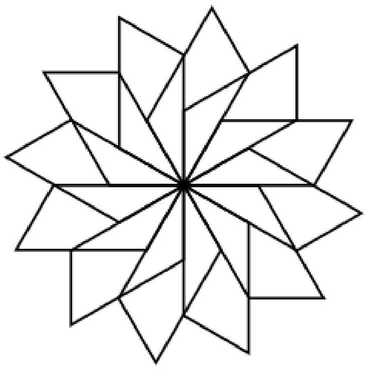
a. *Par quelle valeur doit-on compléter la ligne 2 du bloc « Fleur » ci-dessus ? Aucune justification n'est attendue.*

Ligne 2 : répéter **5** fois

b. *Expliquer le choix de la valeur « 72 » dans la ligne 4.*

Il y a 5 pétales, on fait donc $\frac{360}{5} = 72°$

c. *On modifie le bloc « Fleur » pour construire le motif suivant :*



Quelles sont alors les modifications à apporter aux lignes 2 et 4 du bloc « Fleur » ?

Aucune justification n'est attendue.

Ligne 2 : répéter **12** fois (il y a 12 pétales)

Ligne 4 : tourner de **30°** (car $\frac{360}{12} = 30°$)

Exercice n°5 (19 points)

Amir et Sonia ont chacun inventé un programme de calcul.

Programme d'Amir

- *Choisir un nombre*
- *Soustraire 5*
- *Prendre le double du résultat*

Programme de Sonia

- *Choisir un nombre*
- *Ajouter 3*
- *Multiplier le résultat par le nombre choisi*
- *Soustraire 16*

1. *Montrer que si le nombre choisi au départ est 6 alors on obtient 2 avec le programme d'Amir et on obtient 38 avec celui de Sonia.*

   Programme d'Amir : $(6–5) \times 2 = 1 \times 2 = 2$

   Programme de Sonia : $(6 + 3) \times 6 - 16 = 9 \times 6 - 16 = 54 - 16 = 38$

2. *Amir et Sonia souhaitent savoir s'il existe des nombres choisis au départ pour lesquels les deux programmes renvoient le même résultat.*
   Pour cela, ils complètent la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre choisi	−2	−1	0	1	2	3	4
2	Programme d'Amir	−14	−12	−10	−8	−6	−4	−2
3	Programme de Sonia	−18	−18	−16	−12	−6	2	12

Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.

a. *Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite.*

=(B1 − 5) ∗ 2   =(−2 − 5) ∗ 2   =B1 − 5 ∗ 2

b. *En vous aidant de la feuille de calcul, quel nombre peuvent-ils choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes ?*

On voit sur le tableau que si on choisit **2**, les résultats sont identiques.

3. *Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.*
   Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

a. *Montrer que le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $x^2 + 3x - 16$.*

Soit x le nombre choisi.

Le programme de Sonia correspond à :

$(x + 3) \times x–16 = x \times x + 3 \times x–16 = x^2 + 3x - 16.$

b. *On admet que les programmes donnent le même résultat si on choisit comme nombre de départ les solutions de l'équation* $(x-2)(x+3)=0$*.*

Résoudre cette équation et en déduire les valeurs pour lesquelles les deux programmes de calcul renvoient le même résultat.

On veut résoudre l'équation produit $(x-2)(x+3)=0$

Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul

On a :

$(x-2)=0$		$(x+3)=0$
$x-2+2=0+2$	ou	$x+3-3=0-3$
$x=2$		$x=-3$

Les deux solutions sont 2 et -3