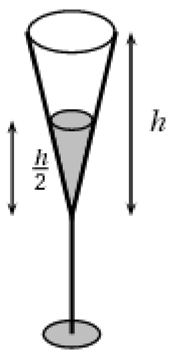
COLLEGE OLYMPE DE GOUGES

Avril 2015

Correction du BREVET BLANC
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

Exercice n°1

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Les solutions de l'équation $(x+7)(2x-7)=0$ sont	-7 et $3,5$	7 et $-3,5$	-7 et 5
2	La forme développée de $(7x-5)^2$ est	$49x^2-25$	$49x^2-70x+25$	$49x^2-70x-25$
3	La forme factorisée de $9-64x^2$ est	$-55x^2$	$(3-8x)^2$	$(3-8x)(3+8x)$
4	 Le liquide remplit-il à moitié le verre ?	Oui	Non, c'est moins de la moitié	Non, c'est plus de la moitié

Question 1 : Resolvons $(x+7)(2x-7)=0$

Un produit est nul si au moins un des facteurs est nul

soit $x+7=0$		soit $2x-7=0$
$x+7-7=0-7$	ou	$2x-7+7=0+7$
$x=-7$	ou	$2x=7$
$x=-7$	ou	$\dfrac{2x}{2}=\dfrac{7}{2}$
$x=-7$	ou	$x=3,5$

Les solutions sont -7 et $3,5$.

Question 2 : Développons $(7x-5)^2$

$$(7x-5)^2 = (7x)^2 - 2\times 7x \times 5 + 5^2 = 49x^2 - 70x + 25$$

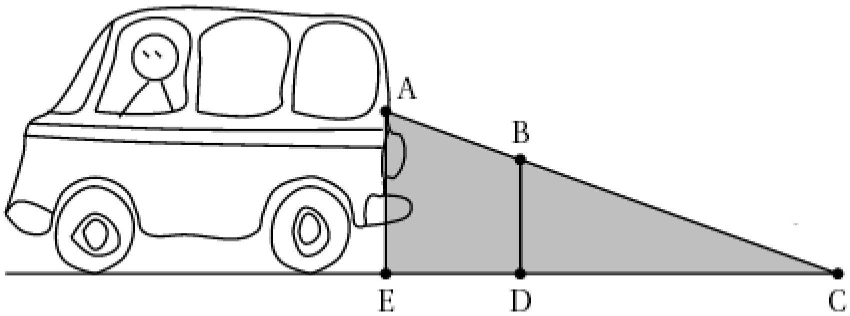
Question 3 : Factorisons $9 - 64x^2$

$$9 - 64x^2 = 3^2 - (8x)^2 = (3 - 8x)(3 + 8x)$$

Question 4 : Le verre a la forme d'un cône de hauteur *h.* Si on remplit le verre avec une hauteur de $\frac{h}{2}$, le liquide forme une réduction du cône initial de rapport $k=\frac{1}{2}$. Les volumes sont multipliés par $k^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ c'est à dire diviser par 8. Le volume dans le verre est donc bien inférieur à celui correspondant à la moitié du verre plein.

<u>Exercice n°2 : Sécurité routière</u>

En se retournant lors d'une marche arrière, le conducteur d'une camionnette voit le sol à 6 mètres derrière son camion.
Sur le schéma, la zone grisée correspond à ce que le conducteur ne voit pas lorsqu'il regarde en arrière.



Données :
(AE) // (BD)
AE = 1,50 m
BD = 1,10 m
EC = 6 m

1. *Calculer DC.*

Les droites (AB) et (ED) sont sécantes en C,
et (AE) // (BD)
donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE} = \frac{CB}{CA}$

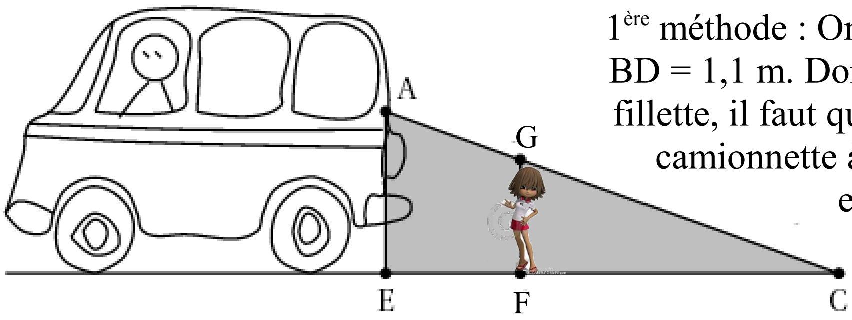
d'où $\frac{CD}{CE} = \frac{BD}{AE}$ soit $\frac{CD}{6} = \frac{1,1}{1,5}$

On en déduit CD = $\frac{6\times 1,1}{1,5} = \frac{22}{5}$ = 4,4 m

2. *En déduire que ED = 1,60 m.*

ED = EC − DC = 6 − 4,4 = 1,6 m

3. *Une fillette mesure 1,10 m. Elle passe à 1,40 m derrière la camionnette. Le conducteur peut-il la voir ? Expliquer.*



1ère méthode : On a vu que ED = 1,6 m et BD = 1,1 m. Donc pour apercevoir la fillette, il faut qu'elle passe derrière la camionnette à plus de 1,6m. Comme elle passe a 1,4 m, le conducteur ne pourra pas la voir.

2ème méthode : par le calcul
La fillette se trouve en F tel que EF = 1,40 m. Soit G le point de [AC] tel que (FG) // (AE). Calculons FG et comparons avec la taille de la fillette.
Les droites (AG) et (EF) sont sécantes en C,
et (AE) // (GF)
donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{CF}{CE} = \frac{GF}{AE}$
et CF = CE − EF = 6 − 1,4 = 4,6
soit $\frac{4,6}{6} = \frac{GF}{1,5}$, on obtient alors : GF = $\frac{1,5\times 4,6}{6}$ = 1,15 m.
La fillette mesure moins de 1,15 m, le conducteur ne pourra pas la voir.

Exercice n°3

On donne les expressions numériques suivantes :

$A = (3\sqrt{2} + 5)^2$ *et* $B = (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3)$

Pour les deux questions suivantes, vous indiquerez au moins une étape de calcul.

1. *Écrire A sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres entiers.*

$$\begin{aligned} A &= (3\sqrt{2})^2 + 2\times 3\sqrt{2}\times 5 + 5^2 \\ &= 3^2 \times \sqrt{2}^2 + 30\times \sqrt{2} + 25 \\ &= 9\times 2 + 30\sqrt{2} + 25 \\ &= 18 + 30\sqrt{2} + 25 \\ &= 43 + 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. *Calculer B.*

$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3) \\ &= \sqrt{7}^2 - 3^2 \\ &= 7 - 9 \\ &= -2 \end{aligned}$$

Exercice n°4

Le fleuve Amazone est celui qui possède le débit moyen le plus important au monde.
Il est d'environ 190 000 m^3/s.
En France, un foyer de 3 personnes consomme en moyenne 10 000 L d'eau par mois
Donner un ordre de grandeur du nombre de ces foyers que pourrait alimenter ce fleuve en 1 an.

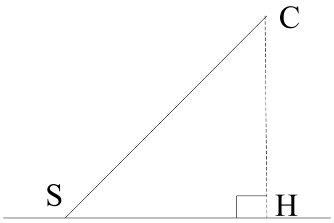
Comme 1h = 3600 s, qu'il y a 24 h par jour et 365 jours par an,
En 1 an,
il sera passé $190\,000 \times 3600 \times 24 \times 365 = 599184 \times 10^7$ m^3 dans le fleuve.
Un foyer de 3 personnes aura consommé $10\,000 \times 12 = 12 \times 10^4$ L = 120 m^3
(car 1 m^3 = 1 000 L)

$$\frac{599184 \times 10^7}{120} = 4{,}9932 \times 10^{10}$$ soit environ 50 milliards

Le fleuve pourrait alimenter environ 50 milliards de foyers (plus de 10 fois la population mondiale)
Rappel : 1 L = 1 dm^3 et 1 m^3 = 1 000 L

Exercice n°5

Simon joue avec un cerf-volant au bord de la plage. La ficelle est déroulée au maximum et elle est tendue, elle mesure 50 m.



1. *La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{CSH}$ qui mesure 80°.*
   Calculer la hauteur à laquelle vole le cerf-volant, c'est à dire CH (donner la réponse arrondie au mètre).
   D'après l'énoncé, SC = 50 m. Dans le triangle SCH rectangle en H, on a :
   $$\sin \widehat{CSH} = \frac{CH}{SC}$$
   $$\sin 80° = \frac{CH}{50}$$
   d'où $CH = 50 \times \sin 80 \approx 49$ m

2. *Lorsque la ficelle fait un angle de 40° avec l'horizontale, la distance CH est-elle la moitié de celle calculée dans la question 1 ? Justifier la réponse.*
   Dans le triangle SCH rectangle en H, on a :

$$\sin \widehat{CSH} = \frac{CH}{SC}$$

$$\sin 40° = \frac{CH}{50}$$

d'où $CH = 50 \times \sin 40 \approx 32$ m

Dans ce cas, la distance CH est supérieure à $\frac{49}{2} = 24{,}5$ (la moitié de celle calculée dans la question 1)

Exercice n°6

Denis se rend au collège. Il est pressé d'arriver parce qu'il est en retard. Au lieu d'emprunter le chemin habituel, il décide de couper en diagonale le terrain de sport qui le sépare du collège. Denis marche toujours à la vitesse moyenne de 4,5 km/h.
Quelle économie de temps en minutes et secondes Denis peut-il espérer faire en prenant le raccourci «en diagonale» ?

Support : Un plan commenté des abords du collège
Le schéma ci-dessous est un plan du quartier du collège.
Le terrain de sport est un rectangle de 400 m de longueur et de 300 m de largeur. Denis se trouve actuellement au point D.

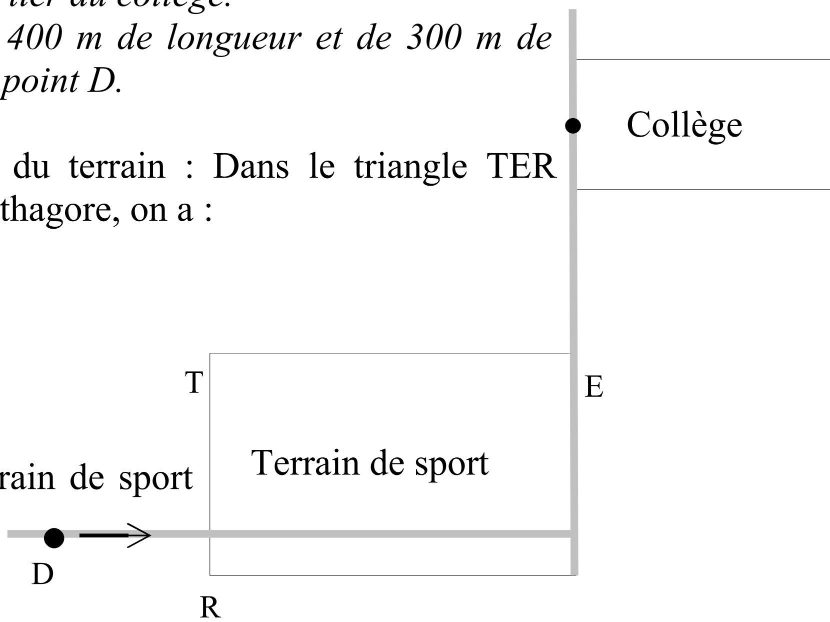
Calculons la longueur de la diagonale du terrain : Dans le triangle TER rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$RE^2 = RT^2 + TE^2$

$RE^2 = 300^2 + 400^2 = 250000$

d'où $RE = \sqrt{250000} = 500$

Si Denis suit le chemin habituel,
il fera 400+300 = 700 m le long du terrain de sport alors que s'il coupe en diagonale,
il fera 500 m



Denis raccourci donc de 700 − 500 = 200 m son trajet.

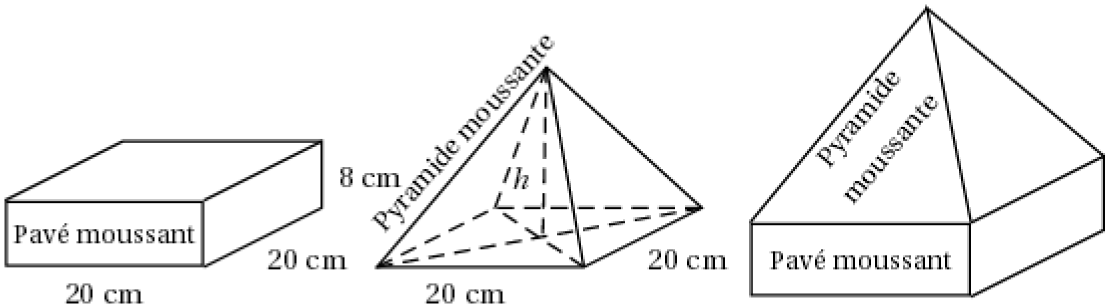
Il parcourt	4,5 km	en	1 h
	4500 m	en	60 min
	$4500 \times \frac{200}{4500} = 200$ m	en	$60 \times \frac{200}{4500} = \frac{8}{3}$ min

$\frac{8}{3}$ min = $\frac{6}{3}+\frac{2}{3}$ min = 2 min + $\frac{2}{3}$ $\times$ 60 s = 2 min + 40 s.

Denis peut espérer une économie de temps de 2 min 40 s.

<u>Exercice n°7 : Belles bulles</u>

Un vendeur de bain moussant souhaite des coffrets pour les fêtes de fin d'année. En plus du traditionnel « pavé moussant », il veut positionner par dessus une « pyramide moussante » qui ait le même volume que le pavé.Les schémas suivants donnent les dimensions (h désigne la hauteur de la pyramide) :



On rappelle les formules suivantes :

- $V_{pavé}$ =Longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur
- $V_{pyramide} = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$

1. *Calculer le volume d'un « pavé moussant ».*

$V_{pavé}$ =Longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur = 20 $\times$ 20 $\times$ 8 = 3200 cm ^{3}

2. Montrer que le volume d'une « pyramide moussante » est égale à $\frac{400h}{3}$ cm ^{3} .

$$V_{pyramide} = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3} = \frac{(20 \times 20) \times h}{3} = \frac{400h}{3} \text{ cm}^3$$

3. *En déduire la hauteur qu'il faut à une pyramide pour qu'elle ait le même volume qu'un pavé.*

Pour qu'une pyramide ait le même volume qu'un pavé, $V_{pyramide} = V_{pavé}$

soit $\frac{400h}{3} = 3200$

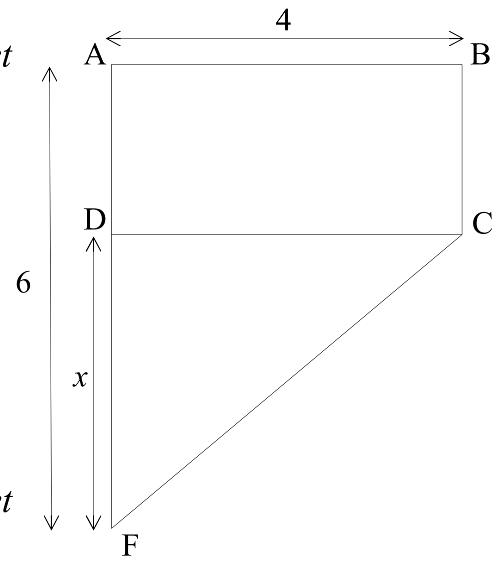
$$\frac{3}{400} \times \frac{400h}{3} = \frac{3}{400} \times 3200$$

$$h = \frac{3 \times 3200}{400} = \frac{96}{4} = 24 \text{ cm}$$

Il faut que la hauteur de la pyramide soit de 24 cm.

<u>Exercice n°8</u>

On considère la figure ci-après où les dimensions sont données en cm et les aires en cm².
ABCD est un rectangle. Le triangle DCF est rectangle en D.



1. *Dans cette question, on a AB = 4 ; AF = 6 et DF = 2.*
   a. *Calculer l'aire du rectangle ABCD.*
   AD = 6 − 2 = 4
   $A_{ABCD} = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

   b. *Calculer l'aire du triangle DCF.*
   $A_{DCF} = \dfrac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$

2. *Dans la suite du problème, AB = 4 ; AF = 6 et DF = x.*
   a. *Exprimer l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.*
   AD = 6 − x
   $A_{ABCD} = 4 \times (6 - x) = 24 - 4x$.

   b. *Exprimer l'aire du triangle DCF en fonction de x.*
   $A_{DCF} = \dfrac{4 \times x}{2} = 2x$.

   c. *Pour quelle valeur de x, l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à l'aire du triangle DCF ? Détailler votre démarche.*
   On cherche x tel que $A_{ABCD} = A_{DCF}$,
   on doit donc résoudre l'équation $24 - 4x = 2x$

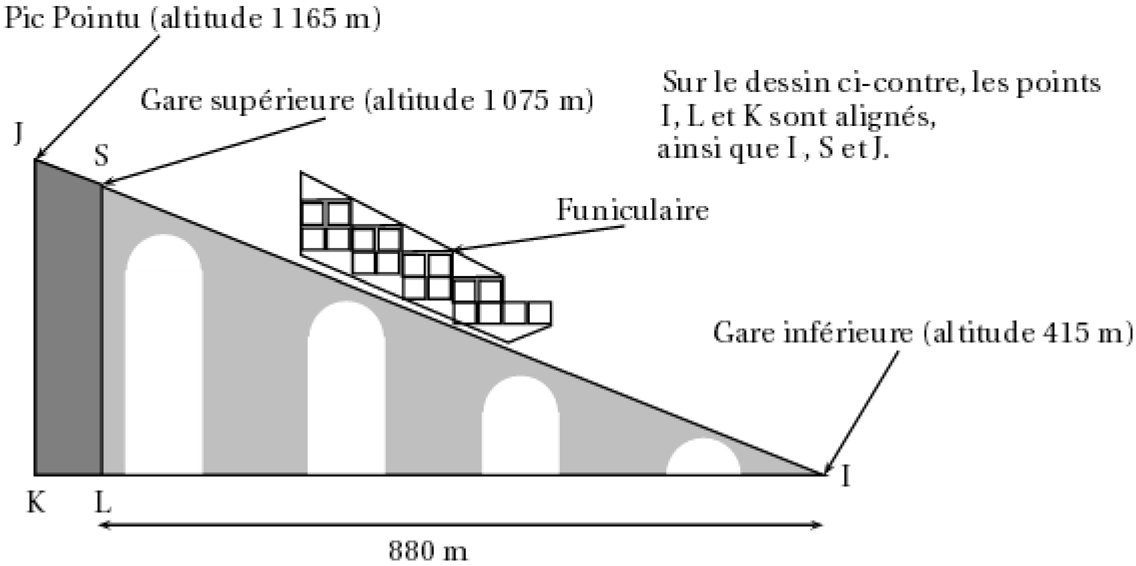
$$\begin{aligned}
24 - 4x &= 2x \\
24 - 4x + 4x &= 2x + 4x \\
24 &= 6x \\
\frac{24}{6} &= \frac{6x}{6} \\
4 &= x
\end{aligned}$$

L'aire du rectangle ABCD est égale à l'aire du triangle DCF pour x=4.

Exercice n°9

M. Cotharbet décide de monter au Pic Pointu en prenant le funiculaire [1] entre la gare inférieure et la gare supérieure, la suite du trajet s'effectuant à pied.

(1) Un funiculaire est une remontée mécanique équipée de véhicules circulant sur des rails en pente.



1. *À l'aide des altitudes fournies, déterminer les longueurs SL et JK.*

SL = 1075 − 415 = 660 m
JK = 1165 − 415 = 750 m

2.
   a. *Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.*

Dans le triangle SIL rectangle en L, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$SI^2 = IL^2 + SL^2$

$SI^2 = 880^2 + 660^2$

$SI^2 = 1\,210\,000$ d'où $SI = \sqrt{1210000} = 1\,100$ m

   b. *Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.*

Dans le triangle SIL rectangle en L, $\cos\widehat{SIL} = \dfrac{IL}{IS} = \dfrac{880}{1100} = \dfrac{4}{5}$

D'où $\widehat{SIL} = 37°$ arrondi a un degré près. (On a utilisé la touche $\cos^{-1}$ ou Acs de la calculatrice)