Identités remarquables et équations

I. Distributivité (Rappel)

on développe

produits → $k(a+b) = ka+kb$ ← somme

produits → $k(a-b) = ka-kb$ ← différence

on factorise

II.Identités remarquables, développement et factorisation

A.Formules

- $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

exemples:

$$\begin{aligned}
(2x+5)^2 &= (2x)^2+2\times(2x)\times5+5^2\\
&= 4x^2+20x+25\\
(2x-5)^2 &= (2x)^2-2\times(2x)\times5+5^2\\
& \ 4x^2-20x+25\\
(2x+5)(2x-5) &= (2x)^2-5^2\\
&= 4x^2-25
\end{aligned}$$

B.Développement

Soit $A(x) = (5x-3)^2-(x+4)^2+(2x-1)(x+3)+(3x-2)(3x+2)$

Développer et réduire $A(x)$

$A(x) = (25x^2-30x+9)-(x^2+8x+16)+(2x^2+6x-x-3)+9x^2-4$

$A(x) = 25x^2-30x+9-x^2-8x-16+2x^2+6x-x-3+9x^2-4$

$A(x) = 35x^2-33x-14$

C.Factorisation

$$\begin{aligned}
B(x) &\\
&= (x+1)(x+2)-5(x+2)^2\\
&= (x+2)[(x+1)-5(x+2)]\\
&= (x+2)(x+1-5x-10)\\
&= (x+2)(-4x-9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C(x) &= (x-4)(-2x+5)+x^2-16\\
&= (x-4)(-2x+5)+x^2-4^2\\
&= (x-4)(-2x+5)+(x-4)(x+4)\\
&= (x-4)[-2x+5+x+4]\\
&= (x-4)(-x+9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D(x) &= (2x-1)^2-(x+4)^2\\
&= (2x-1+x+4)[2x-1-(x+4)]\\
&= (3x+3)(2x-1-x-4)\\
&= (3x+3)(x-5)\\
&= 3(x+1)(x-5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(x) &= (2x+1)^2-(2x+1)\\
&= (2x+1)(2x+1-1)\\
&= (2x+1)(2x)\\
&= 2x(2x+1)
\end{aligned}$$

III.Méthode de résolution d'équation du 1er degré

1er exemple : résoudre l'équation $(x-1)-3(x-4)=5x-3$

- on développe et on réduit chaque membre

$$x-1-3x+12=5x-3$$
$$-2x+11=5x-3$$

- on place les constantes dans un membre et les termes en *x* dans l'autre

$$-2x+11=5x-3$$
$$-2x+11\mathbf{-5x}=5x-3\mathbf{-5x}$$
$$-7x+11=-3$$
$$-7x+11\mathbf{-11}=-3\mathbf{-11}$$
$$-7x=-14$$
$$\frac{7x}{-7}=\frac{-14}{-7}$$
$$x=2$$

- on vérifie le résultat en remplaçant x par 2 dans l'équation initiale.

$$\begin{aligned}(x-1)-3(x-4) &= (2-1)-3(2-4)\\ &= 1-3\times(-2)\\ &= 7\\ 5x-3 &= 5\times 2-3\\ &= 7\end{aligned}$$

L'égalité est vérifiée pour x = 2. **La solution est x = 2**.

2ème exemple : résoudre l'équation $\frac{3(x+5)}{7}+4=\frac{7-3x}{28}$

- on réduit les deux membres au même dénominateur

$$\frac{12(x+5)}{28}+\frac{112}{28}=\frac{7-3x}{28}$$

- on multiplie les 2 membres par 28, et on obtient une équation du type de la précédente :

$$12(x+5)+112=7-3x$$

On résout maintenant de la même façon que pour l'exemple 1, et on trouve comme solution la valeur – 11

Rappel : Les solutions de l'équation sont inchangées si

- On ajoute ou on retranche un même nombre aux deux membres de l'équation
- On multiplie ou on divise par un même nombre non nul les deux membres de l'équation

IV. Equation produit

- **Nullité d'un produit**

  Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.
  Réciproquement, si un produit est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

- **Equation produit**

Soit $f(x) = 9x^2 - (2x - 3)^2$

- Factoriser f(x)

$f(x) = (3x)^2 - (2x - 3)^2$
$= (3x - (2x - 3))\ (3x + 2x - 3)$
$= (x + 3)\ (5x - 3)$

- Résoudre f(x) = 0

On utilise $f(x) = (x + 3)\ (5x - 3)$ sinon il y a des termes en x^2

$f(x) = 0$
$(x + 3)\ (5x - 3) = 0$
Un produit de facteurs est nul si au moins un des facteurs est nul

$x + 3 = 0$ **ou** $5x - 3 = 0$
$x = -3$ $\quad$ $5x = 3$
$x = \frac{3}{5}$

Les solutions de l'équation f(x) = 0 sont $\frac{3}{5}$ et -3.

Ne pas oublier la vérification