STATISTIQUES-PROBABILITES

I.Statistiques

A.Effectif cumulé

Dans un tableau statistique dont les valeurs sont rangées par ordre croissant, l'effectif cumulé croissant d'une valeur s'obtient en ajoutant à cet effectif les effectifs des valeurs qui la précède.

Exemple :
Un professeur a corrigé 24 devoirs. Voici ses notes :
13 - 12 – 10 – 9 – 6 – 14 – 12 – 15 – 6 – 7 – 18 – 17 – 12 –10 – 9 – 4 –12 – 11 – 13 – 8 – 9 –6 – 14 –12

Compléter le tableau suivant :

Note	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Effectif	1	0	3	1	1	3	2	1	5	2	2	1	0	1	1
Effectif cumulé croissant	1	1	4	5	6	9	11	12	17	19	21	22	22	23	24

Quel est l'effectif total ?

Combien d'élèves ont une note inférieure ou égale à 7 ?

Combien y-a-t-il de notes inférieures ou égales à 10 ?

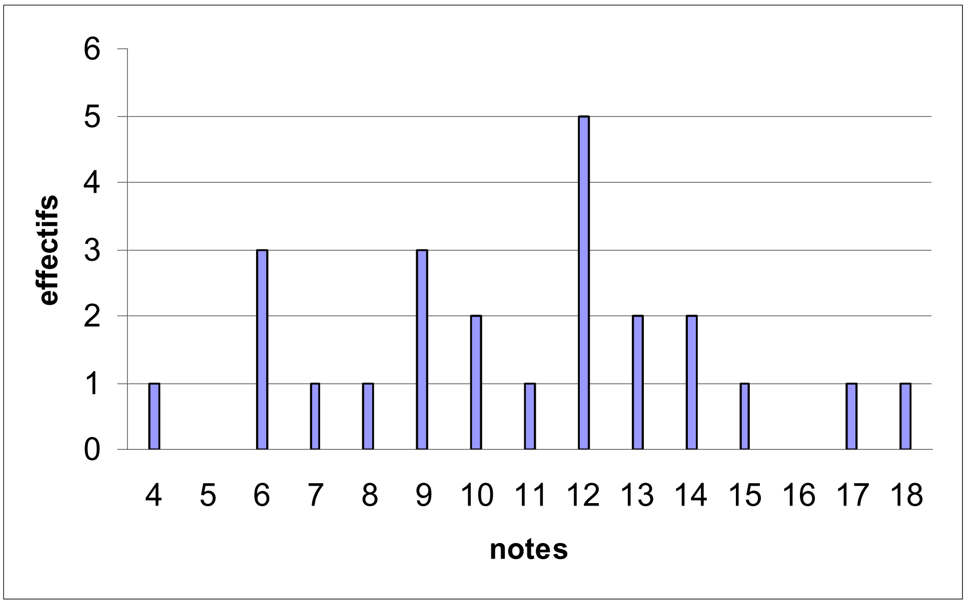
B.Fréquence - Fréquence cumulée

La fréquence d'une valeur s'obtient en divisant l'effectif de cette valeur par l'effectif total. Elle est exprimée souvent en pourcentage.
La fréquence cumulée s'obtient en divisant l'effectif cumulé par l'effectif total.

Note	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Effectif	1	0	3	1	1	3	2	1	5	2	2	1	0	1	1
Effectif cumulé croissant	1	1	4	5	6	9	11	12	17	19	21	22	22	23	24
fréquence en %	4,17	0	12,5	4,17	4,17	12,5	8,33	4,17	20,83	8,33	8,33	4,17	0	4,17	4,17
fréquence cumulée en %	4,17	4,17	16,67	20,83	25	37,5	45,83	50	70,83	79,16	87,5	91,7	91,7	95,8	100

C.Représentations graphiques

1.diagramme en bâtons :

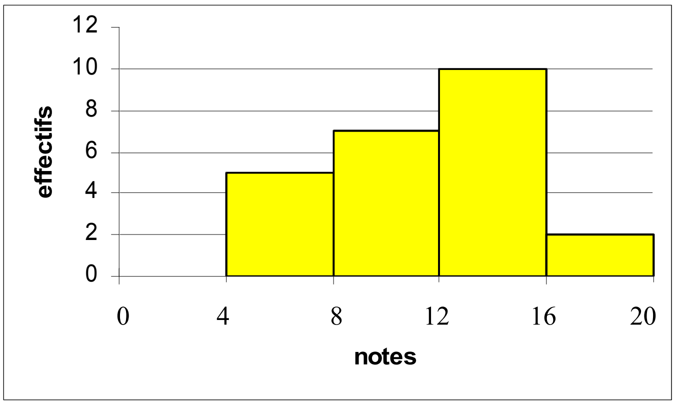


Les longueurs des segments sont proportionnelles aux effectifs.

2.histogramme

On utilise un histogramme lorsque les valeurs sont regroupées en classes, les aires des rectangles doivent être proportionnelles aux effectifs, il est donc plus pratique d'avoir des classes de même largeur.

classes de notes	[0 ; 4 [	[4 ; 8 [	[8 ; 12 [	[12 ; 16[	[16 ; 20[
effectif	0	5	7	10	2



3.Diagramme circulaire

Reprenons le tableau précédent, on ajoute la colonne total:

classes de notes	[0 ; 4 [	[4 ; 8 [	[8 ; 12 [	[12 ; 16[	[16 ; 20[	total
effectif	0	5	7	10	2	24
Angle en °	0	75	105	150	30	360

On calcule ensuite les angles sachant qu'ils sont proportionnels aux effectifs

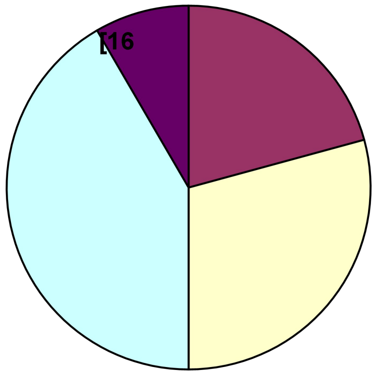


Diagramme circulaire représentant l'effectif pour chaque classe de notes

D.Moyenne arithmétique

Pour calculer la moyenne d'une série de valeurs il faut :

- Calculer la somme de toutes les valeurs x_i
- Diviser par le nombre total n de valeurs

Pour information, voici une notation $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n}$

Exemple :
La moyenne de l'exemple du 1° est

$$\bar{x}=\frac{4+3\times 6+7+8+3\times 9+2\times 10+11+5\times 12+2\times 13+2\times 14+15+17+18}{24}\approx 10{,}8$$

E.Moyenne pondérée

Pour calculer la moyenne pondérée dune série de valeurs il faut :

- Calculer les produits de chaque valeur x_i par leur coefficient c_i
- Diviser par la somme des coefficients

Pour information, voici une notation $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{i=n} c_i x_i}{\sum_{i=1}^{i=n} c_i}$

Exemple :
Lors d'un concours les mathématiques ont un coefficient 5, la physique un coefficient 3 et le français un coefficient 2.
Un élève a obtenu 10 en mathématiques, 8 en physique et 12 en français, sa moyenne pondérée est :

$$\frac{10\times 5+8\times 3+12\times 2}{5+3+2}=\frac{98}{10}=9{,}8$$

F.Moyenne approchée d'une série regroupée en classes

Pour calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série de valeurs regroupées en classes il faut :

- prendre le centre de chaque classe
- faire le produit de ce centre par l'effectif correspondant
- faire la somme de ces produits
- diviser cette somme par l'effectif total

Exemple :
Dans l'exemple traité avec l'histogramme :

$$M=\frac{0\times 2+5\times 6+7\times 10+10\times 14+2\times 18}{24}=11{,}5$$

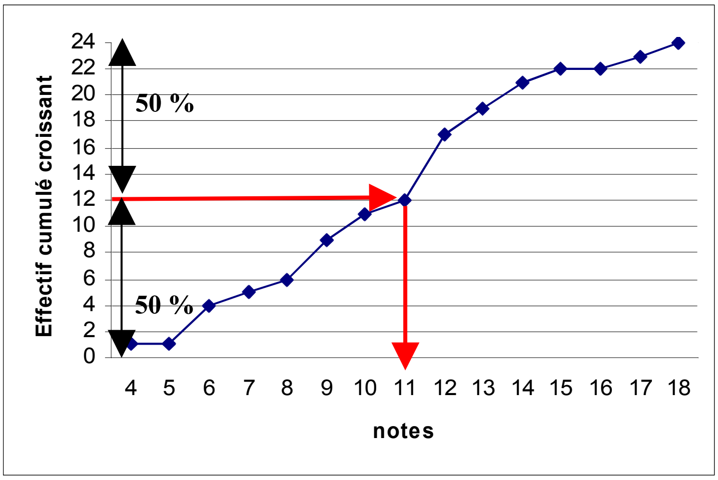
Remarque : cette méthode ne permet pas d'obtenir la valeur exacte de la moyenne

G.Médiane d'une série statistique

Définition : Quand une série statistique est ordonnée, la valeur **médiane** est celle qui partage cette série en 2 parties ayant le même effectif.
Il y a donc autant de valeurs inférieures à la médiane que de valeurs supérieures.

Exemple :
Dans l'exemple du 1°
L'effectif total est 24, la médiane est entre la $12^{ème}$ et la $13^{ème}$ valeur, on choisit 11,5.

Détermination à partir de la représentation graphique :



Pour déterminer graphiquement la médiane d'une série statistique d'effectif n :

- on construit le polygone des effectifs cumulés
- on marque le point médian d'ordonnée $\frac{n}{2}$
- on lit l'abscisse de ce point

H.Quartiles

Définition : Le premier quartile d'une série statistique est la plus petite valeur Q_1 telle qu 'au moins 25% des valeurs sont inférieurs ou égales à Q_1.
Le troisième quartile d'une série statistique est la plus petite valeur Q_3 telle qu 'au moins 75% des valeurs sont inférieurs ou égales à Q_3.

Exemple :
Le premier quartile de la série étudiée au 1° est 8; le troisième quartile est 13.

I.Etendue, notion de dispersion

Définition : L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Exemple :
L'étendue de la série étudiée au 1° est $18 - 4 = 14$

II.Probabilités

Voir les exercices.