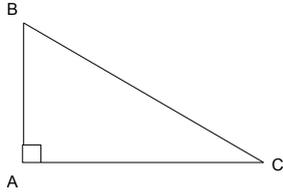


Le théorème de Pythagore et sa réciproque

I. Théorème direct



Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit

Si ABC est un triangle rectangle en A alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Exemples :

- 1) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 2,5$ cm et $AC = 3$ cm, donner la valeur approchée au mm près par défaut de BC.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{Ou } BC^2 = 2,5^2 + 3^2 = 6,25 + 9 = 15,25$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{15,25} \quad (\text{car } BC \geq 0) \\ = 3,9 \text{ cm à 1 mm près par défaut}$$

Utilisation de la calculatrice :

Pour trouver un nombre dont la carré est x on utilise la touche \sqrt{x} de la calculatrice.

Si x est un nombre positif, \sqrt{x} se lit racine carrée de x, si x est un nombre strictement négatif \sqrt{x} n'existe pas.

$$\sqrt{1} = 1 \quad \sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{2} \approx 1,414$$

- 2) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 2,5$ cm et $BC = 6$ cm, donner la valeur approchée au mm près par défaut de AC.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{Ou } AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\text{Ou } AC^2 = 6^2 - 2,5^2 = 36 - 6,25 = 29,75$$

$$\text{Donc } AC = \sqrt{29,75} \quad (\text{car } AC \geq 0) \\ = 5,4 \text{ cm à 1 mm près par défaut.}$$

II. Théorème réciproque

Si les côtés d'un triangle ABC vérifient $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

Exemples :

Le triangle EFG dont les côtés mesurent 5 cm pour EF, 12 cm pour FG et 13 cm pour EG est-il rectangle ?

$$FG^2 = 13^2 = 169$$

$$FE^2 + EG^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

On a $FG^2 = FE^2 + EG^2$, donc, d'après (la réciproque du) théorème de Pythagore, le triangle est rectangle

Le triangle dont les côtés mesurent 2 cm, 5 cm et 5,4 cm est-il rectangle ?

$$5,4^2 = 29,16$$

$$2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

on a $5,4^2 \neq 2^2 + 5^2$ donc, d'après (la contraposée du) théorème de Pythagore, le triangle n'est pas un triangle rectangle. (*Attention, dans ce cas, ce n'est pas la réciproque mais la contraposée du théorème de Pythagore qui permet de conclure*).