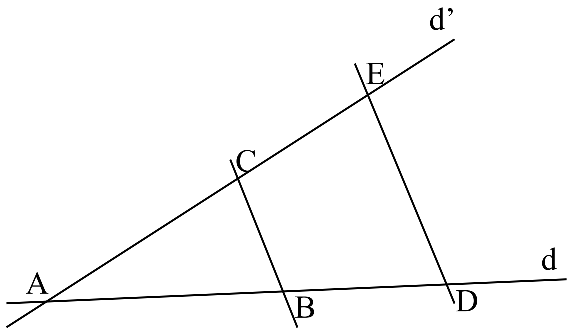
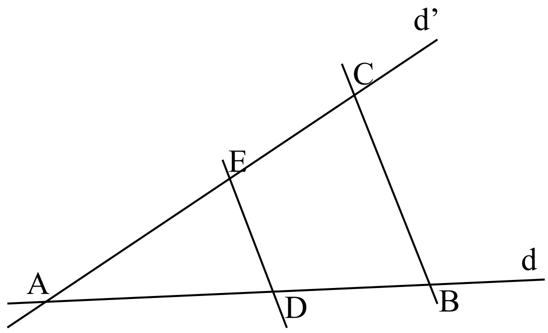
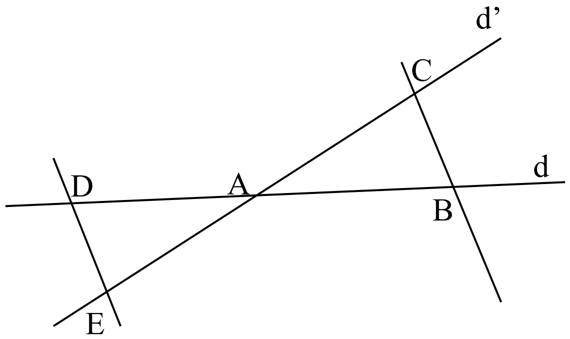
Propriété de Thalès

I. Enoncé de Thalès

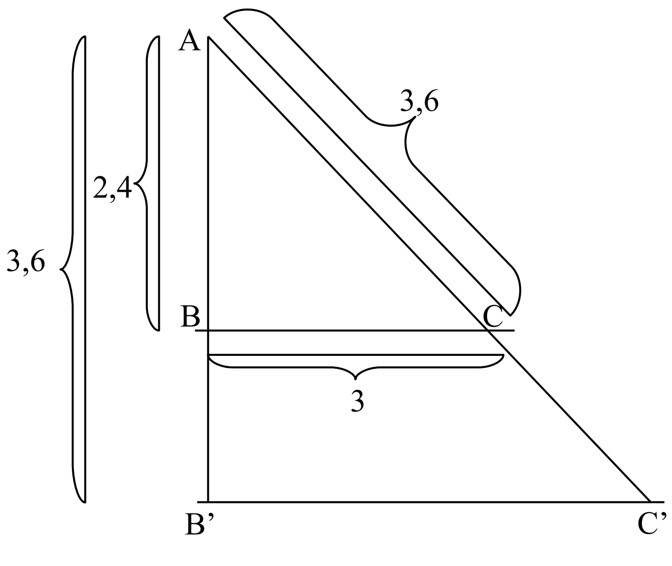






Théorème de Thalès :
Soit 2 droites d et d’ sécantes en A,
2 points B et D de d, distincts de A
2 points C et E de d’, distincts de A
Si (BC) // (DE)
Alors $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ $\left(ou\ \frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}\right)$

Application :



Sachant (BC) // (B'C'), calculer AC' et B'C'.

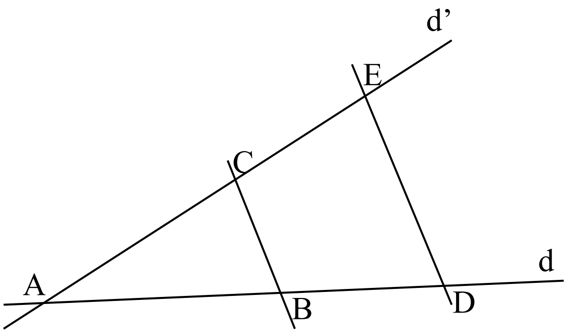
On a 2 droites (AB) et (AC) sécantes en A,
2 points B et B' de (AB), distincts de A
2 points C et C' de (AC), distincts de A
comme (BC) // (B'C'), alors, d'après le théorème de Thalès, on a :

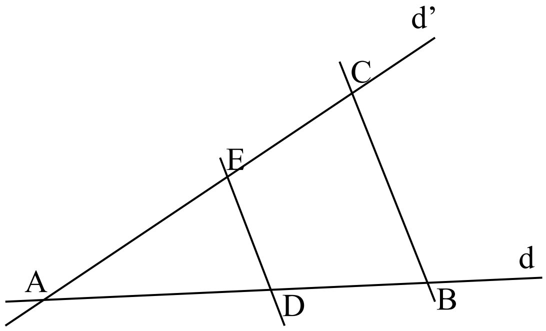
$$\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$$

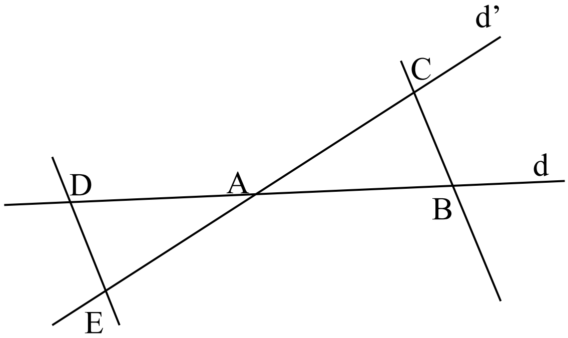
d'où AC' = 5,4 cm et B'C' = 4,5 cm

<u>Conséquence</u> : le théorème 1 des milieux
Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu

<u>Réciproque du théorème de Thalès</u>







Soit 2 droites d et d' sécantes en A,
2 points B et D de d, distincts de A
2 points C et E de d', distincts de A

Si $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ et si les points A, B, D et les points A, C, E sont alignés dans le même ordre alors (BC) // (DE)

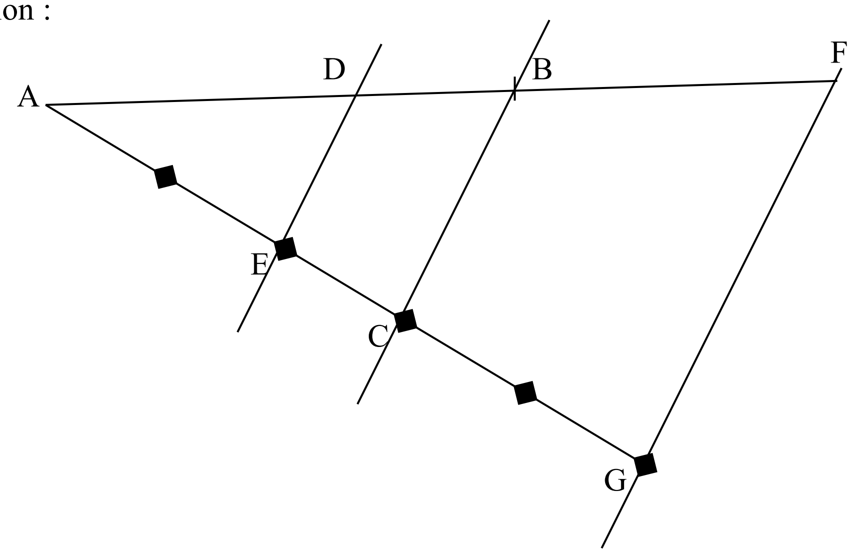
<u>Conséquence</u> : le théorème 2 des milieux
Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de 2 côtés alors elle est parallèle au troisième côté

II. Problèmes de constructions

- Construire les $\frac{2}{3}$ d'un segment [AB]

On cherche un point D sur [AB] tel que $AD=\frac{2}{3}AB$

Solution :



On trace un segment [AC] choisi de façon à pouvoir le partager en 3

On place E sur [AC] tel que $AE=\frac{2}{3}AC$ On trace (BC), et la parallèle à (BC) passant par E coupe [AB] en D

(AC) et (AB) sont 2 droites sécantes en A,
D et B sont sur (AB), distincts de A,
E et C sont sur (AC), distincts de A,
(BC) // (DE)

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AE}=\frac{2}{3}$ d'où $AD=\frac{2}{3}AB.$

Le point D est le point cherché, il se situe au $\frac{2}{3}$ de [AB]

- Construire les $\frac{5}{3}$ du segment [AB]

On cherche un point F sur (AB) tel que $AF=\frac{5}{3}AB$

On prolonge le segment [AC], et on place G sur [AC) tel que $AG=\frac{5}{3}AC$. On trace (BC), et la parallèle à (BC) passant par G coupe [AB] en F

(AC) et (AB) sont 2 droites sécantes en A,
F et B sont sur (AB), distincts de A,
G et C sont sur (AC), distincts de A,
(BC) // (FG)

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{AF}{AB}=\frac{AG}{AC}=\frac{5}{3} \quad \text{d'où} \quad AF=\frac{5}{3}AB$$

Le point F est le point cherché, il se situe au $\frac{5}{3}$ de [AB]

- Construire une quatrième proportionnelle

Soit a, b, c trois longueurs données.

Construire un longueur x tel que $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$

Méthode

Soit A un point,

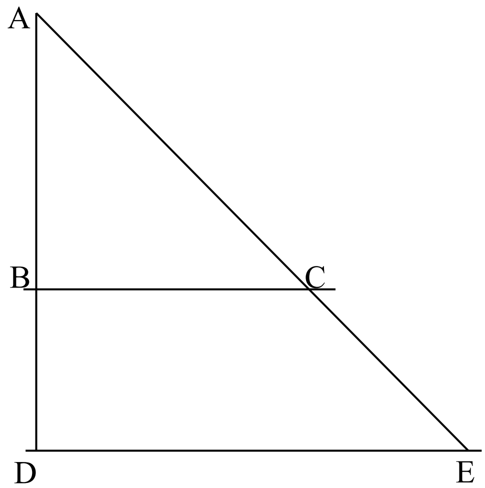
B un point tel que AB = a

D $\in$ (AB) tel que AD = b

C un point n'appartenant pas à (AB), tel que AC = c

La parallèle à (BC) passant par D coupe (AC) en E

On a alors AE = x. Démontrer le (en utilisant le théorème du cours)



III.Agrandissement - Réduction

- Quand deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est l'agrandissement ou la réduction de l'autre.

Le coefficient de proportionnalité est le rapport d'agrandissement ou de réduction.

- Dans un agrandissement ou une réduction, les mesures des angles, le parallélisme et la perpendicularité sont conservés.

Exemple : Le carré ABCD est une réduction de rapport 0,7 du carré AEFG. Sachant que AE = 10cm, combien mesure le côté de ABCD?

Réponse : il mesure $10 \times 0,7 = 7$ cm.